

Indah Wahyuni, M.Pd

# MATEMATIKA REKREASI

Indah Wahyuni, M.Pd

MATEMATIKA REKREASI

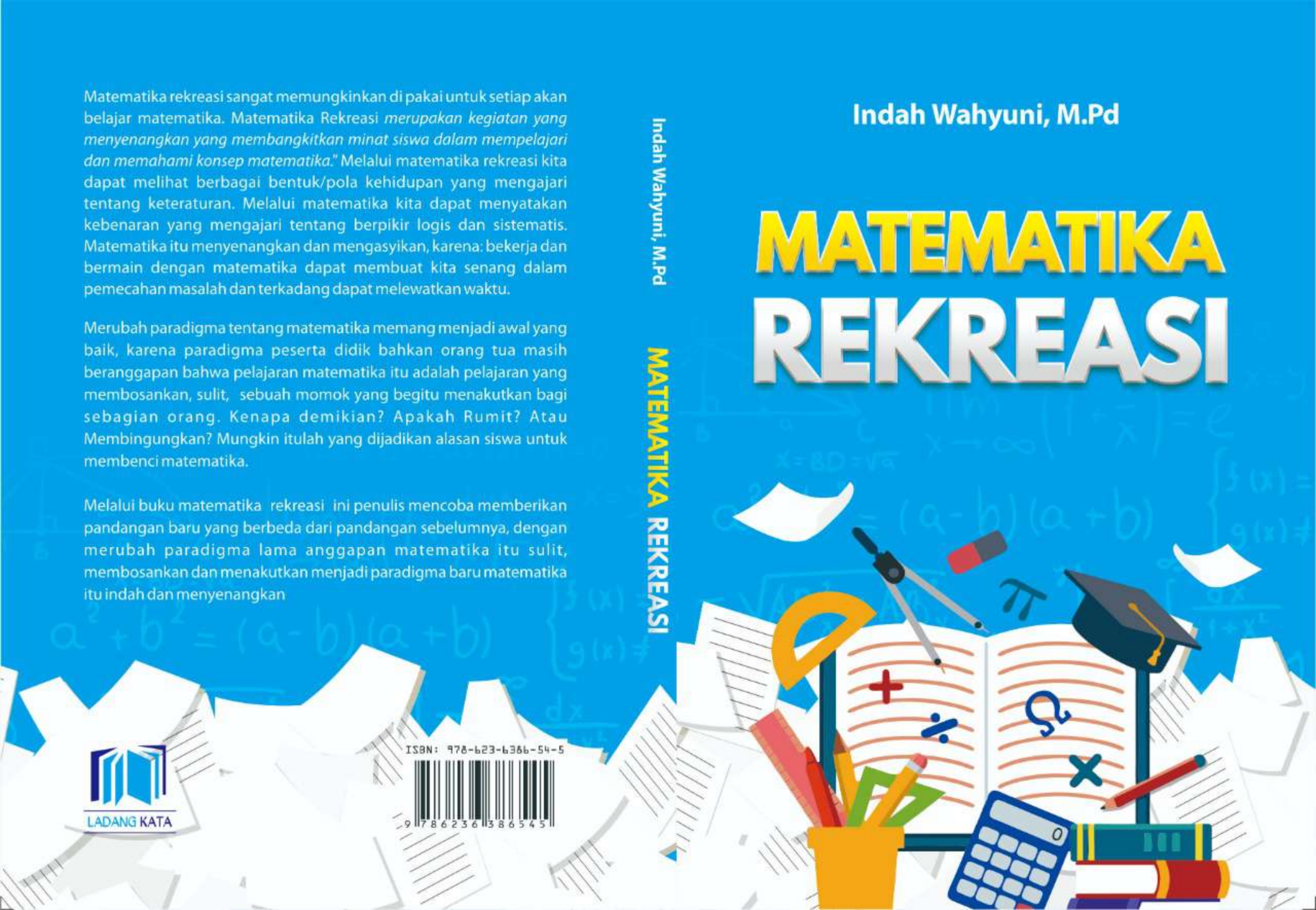
Matematika rekreasi sangat memungkinkan di pakai untuk setiap akan belajar matematika. Matematika Rekreasi merupakan kegiatan yang menyenangkan yang membangkitkan minat siswa dalam mempelajari dan memahami konsep matematika." Melalui matematika rekreasi kita dapat melihat berbagai bentuk/pola kehidupan yang mengajari tentang keteraturan. Melalui matematika kita dapat menyatakan kebenaran yang mengajari tentang berpikir logis dan sistematis. Matematika itu menyenangkan dan mengasyikan, karena: bekerja dan bermain dengan matematika dapat membuat kita senang dalam pemecahan masalah dan terkadang dapat melewatkan waktu.

Merubah paradigma tentang matematika memang menjadi awal yang baik, karena paradigma peserta didik bahkan orang tua masih beranggapan bahwa pelajaran matematika itu adalah pelajaran yang membosankan, sulit, sebuah momok yang begitu menakutkan bagi sebagian orang. Kenapa demikian? Apakah Rumit? Atau Membingungkan? Mungkin itulah yang dijadikan alasan siswa untuk membenci matematika.

Melalui buku matematika rekreasi ini penulis mencoba memberikan pandangan baru yang berbeda dari pandangan sebelumnya, dengan merubah paradigma lama anggapan matematika itu sulit, membosankan dan menakutkan menjadi paradigma baru matematika itu indah dan menyenangkan



ISBN: 978-623-6366-54-5



# MATEMATIKA REKREASI



Indah Wahyuni, M.Pd



LADANG KATA

## **MATEMATIKA REKREASI**

©2020, Indah Wahyuni, M.Pd.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang  
viii + 156 hlm; 14,5 cm x 20,5 cm

Cetakan Pertama, November 2020

Penulis : Indah Wahyuni, M.Pd.

Editor : Istifadah, S.Pd., M.Pd.I

Desain Sampul : Ahmad Hanin Lathif

Diterbitkan oleh:

### **Lembaga Ladang Kata**

Jl. Garuda, Gang Panji 1, No. 335

RT 7 RW 40 Kampung Kepanjen, Banguntapan, Bantul

Email: [cetakbukudiladangkata@gmail.com](mailto:cetakbukudiladangkata@gmail.com)

Instagram: [@cetakbuku.ladangkata](https://www.instagram.com/cetakbuku.ladangkata)

[www.cetakbukumurah.id](http://www.cetakbukumurah.id)

# KATA PENGANTAR

**S**ebagian besar orang beranggapan bahwa pelajaran matematika itu adalah pelajaran yang membosankan. Mereka mengatakan demikian karena menilai bahwa pelajaran Matematika itu sulit. Matematika dianggap sebuah momok yang begitu menakutkan bagi sebagian orang. Kenapa demikian? Apakah Rumit? Atau Membingungkan?. Mungkin itulah yang dijadikan alasan siswa untuk membenci matematika. Mendengar kata matematika saja siswa merasa kehilangan semangat untuk belajar. Mitos menakutkan tentang matematika tersebut telah menguasai paradigma siswa di seluruh Wilayah Bangsa kita.

Pada umumnya siswa ataupun mahasiswa menganggap matematika adalah film horror bagi mereka. Sedangkan guru matematika atau dosen pengampu matematika mereka anggap sutradara film horror. Sehingga ketika para siswa maupun mahasiswa akan menerima ilmu, mereka sudah ketakutan terlebih dahulu, sehingga ilmu yang mereka pelajari tidak akan terserap dengan baik. Masuk ke kelas saja sudah enggan apalagi sampai mengerjakan tugas yang diberikan pengajar kepada kita, maka

akan menjadi suatu hal yang sulit dilakukan jika matematika dianggap momok berat bagi kita.

Perasaan benci terhadap matematika dan rasa takut terhadap pelajaran matematika sudah menghinggapi siswa dari tingkat Sekolah Dasar sampai tingkat Perguruan Tinggi. Padahal matematika itu bukan pelajaran yang sulit dan bukan untuk ditakuti, karena matematika itu adalah bahasa yang melambangkan rangkaian makna dari suatu pernyataan yang ingin kita sampaikan. Matematika begitu indah bagaikan bidadari tercantik di dunia, karena dalam matematika terdapat seni angka dan perhitungannya yang mengajari tentang ketelitian dan kejujuran, Melalui matematika kita dapat melihat berbagai bentuk/pola kehidupan yang mengajari tentang keteraturan. Melalui matematika kita dapat menyatakan kebenaran yang mengajari tentang berpikir logis dan sistematis. Matematika itu menyenangkan dan mengasyikan, karena bekerja dan bermain dengan matematika dapat membuat kita senang dalam pemecahan masalah dan terkadang dapat melewatkan waktu.

Kita hanya bisa beranggapan bahwa pelajaran matematika itu sulit dan membosankan namun kita tidak pernah mencoba untuk memahaminya. Oleh karena itu hadirnya buku yang berjudul “**Matematika Rekreasi**” telah mengungkap rahasia keunikan dan keindahan matematika dapat dijadikan sebagai buku referensi untuk mata kuliah strategi pembelajaran matematika maupun media pembelajaran matematika serta dengan harapan akan membantu pembaca dalam memahami keindahan matematika, membuat pembaca tertarik dan senang belajar matematika. Melalui buku ini penulis mencoba memberikan pandangan baru yang

berbeda dari pandangan sebelumnya, dengan merubah paradigma lama sebuah anggapan matematika itu sulit, membosankan dan menakutkan menjadi paradigma baru Semoga buku **Matematika Rekreasi** ini bermanfaat guna menambah wawasan para siswa, mahasiswa dan khalayak umum.

Jember, November 2020

Penulis

**Indah Wahyuni, M.Pd**

# DAFTAR ISI

Kata Pengantar.....	iii
Daftar Isi.....	vi
<b>BAB 1 - PERMAINAN MENEBAK.....</b>	<b>1</b>
A. Menebak Tanggal Lahir Menggunakan Bilangan Berbasis Dua.....	2
B. Menebak Bulan Lahir Menggunakan Bilangan Berbasis Dua.....	6
C. Menebak Umur Menggunakan Bentuk Aljabar.....	8
D. Menebak Bilangan .....	16
<b>BAB 2 - MATHEMAGIC.....</b>	<b>20</b>
A. Menebak Bilangan Rahasia.....	20
B. Menebak Isi Pikiran Orang .....	31
C. Penjumlahan yang Aneh tapi Nyata .....	36
D. Menjawab Banyak Pertanyaan dengan Satu Jawaban	42
E. Konstruksi Rumus Umum (General Formula).....	57
F. Memprediksi Angka 1-1 Milyar.....	67

<b>BAB 3 - BERHITUNG CEPAT (FASTMATH TRICK) .....</b>	<b>71</b>
A. Perkalian Bersusun Pendek dengan Metode Sekawan .....	71
B. Perkalian Bersusun dengan Metode Silang .....	77
C. Perkalian dengan Metode Vertikal .....	83
D. Perkalian dengan Metode Horisontal .....	88
E. Hitung Cepat dengan Metode Singkat .....	92
F. Perkalian Istimewa.....	111
<b>BAB 4 - MENGGUNAKAN FUNGSI LINEAR UNTUK MEMBUAT SANDI RAHASIA .....</b>	<b>116</b>
A. Korespondensi Satu-Satu Huruf Alphabet dengan Bilangan pada Jam Dua Puluh Enaman.....	118
B. Membuat Sandi Rahasia.....	119
C. Membaca Sandi Rahasia .....	121
<b>BAB 5 - KEINDAHAN MATEMATIKA .....</b>	<b>132</b>
A. Persegi Ajaib .....	132
B. Beberapa Keunikan Bilangan 9 .....	147
C. Kunikan Bilangan Lain.....	152
Daftar Pustaka.....	154
Tentang Penulis.....	155





# BAB 1

## PERMAINAN MENEBAK

**A**nda sering rekreasi? Kemana tujuan anda biasanya, pantai, gunung, danau, atau lainnya? Tanpa harus pergi ke suatu tempat yang jauh dan menghabiskan waktu, tenaga serta biaya, anak atau siswa anda bisa mendapatkan rekreasi di sekolahnya bahkan di kelasnya jika gurunya mampu atau kompeten. Sehingga matematika menjadi pelajaran yang menyenangkan seperti tujuan kita untuk rekreasi yaitu menyenangkan dan *refresh* pikiran. Matematika identik dengan pelajaran yang menakutkan, membosankan, bahkan ada yang mengistilahkan “mati-matian”. Sehingga merupakan suatu keharusan guru menguasai konten matematika serta kreatifitas dalam pembelajaran matematika.

Pembelajaran matematika itu harus menyenangkan, artinya dilaksanakan secara interaktif, inspiratif, menyenangkan, menantang, memotivasi peserta didik untuk berpartisipasi aktif, serta memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas, dan kemandirian sesuai dengan bakat, minat, dan perkembangan fisik serta psikologi peserta didik.

Permainan merupakan salah satu materi matematika rekreasi yang sangat dibutuhkan dalam belajar matematika, agar matematika tidak menjadi obyek yang “gersang”. Sebenarnya permainan matematika sudah banyak dikembangkan, namun yang banyak beredar sangat “instant”, berupa petunjuk penggunaan permainan dan tidak disertai dengan cara mengonstruksinya. Sehingga pengguna permainan matematika hanya sekedar menggunakannya tanpa mengetahui bagaimana permainan matematika dan “rahasia” mengonstruksinya. Dengan harapan bisa menjadi modal bagi pembaca, sedemikian hingga pembaca bisa mengembangkannya secara kreatif.

## **A. Menebak Tanggal Lahir Menggunakan Bilangan Berbasis Dua**

### **Penyusunan kartu tebak tanggal lahir**

Kartu tebak tanggal lahir disusun dengan mengubah bilangan berbasis sepuluh menjadi bilangan berbasis dua. Kita tahu bahwa tanggal lahir seseorang pasti salah satu dari 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ..., 30, atau 31. Sehingga bilangan-bilangan tersebut dapat diubah menjadi bilangan berbasis dua seperti berikut:

$$31 = 1 \text{ enam belasan} + 1 \text{ delapanan} + 1 \text{ empatan} + 1 \text{ duaan} + 1 \text{ satuan} = 11111$$

$$30 = 1 \text{ enam belasan} + 1 \text{ delapanan} + 1 \text{ empatan} + 1 \text{ duaan} + 0 \text{ satuan} = 11110$$

$$29 = 1 \text{ enam belasan} + 1 \text{ delapanan} + 1 \text{ empatan} + 0 \text{ duaan} + 1 \text{ satuan} = 11101$$

$$28 = 1 \text{ enam belasan} + 1 \text{ delapanan} + 1 \text{ empatan} + 0 \text{ duaan} + 0 \text{ satuan} = 11100$$

$$27 = 1 \text{ enam belasan} + 1 \text{ delapanan} + 0 \text{ empatan} + 1 \text{ duaan} + 1 \text{ satuan} = 11011$$

$$26 = 1 \text{ enam belasan} + 1 \text{ delapanan} + 0 \text{ empatan} + 1 \text{ duaan} + 0 \text{ satuan} = 11010$$

$25 = 1 \text{ enam belasan} + 1 \text{ delapanan} + 0 \text{ empatan} + 0 \text{ duaan} + 1 \text{ satuan} = 11001$   
 $24 = 1 \text{ enam belasan} + 1 \text{ delapanan} + 0 \text{ empatan} + 0 \text{ duaan} + 0 \text{ satuan} = 11000$   
 $23 = 1 \text{ enam belasan} + 0 \text{ delapanan} + 1 \text{ empatan} + 1 \text{ duaan} + 1 \text{ satuan} = 10111$   
 $22 = 1 \text{ enam belasan} + 0 \text{ delapanan} + 1 \text{ empatan} + 1 \text{ duaan} + 0 \text{ satuan} = 10110$   
 $21 = 1 \text{ enam belasan} + 0 \text{ delapanan} + 1 \text{ empatan} + 0 \text{ duaan} + 1 \text{ satuan} = 10101$   
 $20 = 1 \text{ enam belasan} + 0 \text{ delapanan} + 1 \text{ empatan} + 0 \text{ duaan} + 0 \text{ satuan} = 10100$   
 $19 = 1 \text{ enam belasan} + 0 \text{ delapanan} + 0 \text{ empatan} + 1 \text{ duaan} + 1 \text{ satuan} = 10011$   
 $28 = 1 \text{ enam belasan} + 0 \text{ delapanan} + 0 \text{ empatan} + 1 \text{ duaan} + 0 \text{ satuan} = 10010$   
 $\downarrow$   
 $2 = 0 \text{ enam belasan} + 0 \text{ delapanan} + 0 \text{ empatan} + 1 \text{ duaan} + 0 \text{ satuan} = 00010$   
 $1 = 0 \text{ enam belasan} + 0 \text{ delapanan} + 0 \text{ empatan} + 0 \text{ duaan} + 1 \text{ satuan} = 00001$

Secara lengkap pengubahan basis sepuluh ke basis dua disajikan seperti berikut.<sup>1</sup>

		$K_5$	$K_4$	$K_3$	$K_2$	$K_1$			$K_5$	$K_4$	$K_3$	$K_2$	$K_1$
1	=	0	0	0	0	1		16	=	1	0	0	0
2	=	0	0	0	1	0		17	=	1	0	0	1
3	=	0	0	0	1	1		18	=	1	0	1	0
4	=	0	0	1	0	0		19	=	1	0	1	1
5	=	0	0	1	0	1		20	=	1	0	1	0
6	=	0	0	1	1	0		21	=	1	0	1	1
7	=	0	0	1	1	1		22	=	1	0	1	1
8	=	0	1	0	0	0		23	=	1	0	1	1

1 Subanji dkk, *Matematika Kreatif* (Malang:UM Press, 2009), 90

		$K_5$	$K_4$	$K_3$	$K_2$	$K_1$			$K_5$	$K_4$	$K_3$	$K_2$	$K_1$
9	=	0	1	0	0	1	24	=	1	1	0	0	0
10	=	0	1	0	1	0	25	=	1	1	0	0	1
11	=	0	1	0	1	1	26	=	1	1	0	1	0
12	=	0	1	1	0	0	27	=	1	1	0	1	1
13	=	0	1	1	0	1	28	=	1	1	1	0	0
14	=	0	1	1	1	0	29	=	1	1	1	0	1
15	=	0	1	1	1	1	30	=	1	1	1	1	0
							31	=	1	1	1	1	1

Terlihat bahwa tanggal terbesar, yakni 31 dapat dituliskan dalam basis dua hanya dengan lima digit (lima angka). Karena itu kita dapat membuat lima kartu yang akan diisi dengan bilangan-bilangan tanggal. Pengisian kartu dilakukan dengan melihat kolom dari kartu dan bilangan tanggal, dengan aturan sebagai berikut.

- Sebuah bilangan tanggal **harus** dimasukkan ke dalam suatu kartu, bila kolom yang bersesuaian dengan kartu dan bilangan itu berisi angka satu.
- Sebuah bilangan tanggal **tidak boleh** dimasukkan ke dalam suatu kartu, bila kolom yang bersesuaian dengan kartu dan bilangan itu berisi angka nol.

### Contoh.

Bilangan tanggal 1 hanya boleh dimasukkan ke kartu pertama ( $K_1$ ), bilangan tanggal 2 hanya boleh dimasukkan ke kartu dua ( $K_2$ ), bilangan tanggal 3 harus dimasukkan ke kartu pertama ( $K_1$ ),

dan kartu kedua ( $K_2$ ), bilangan tanggal 15 harus dimasukkan ke kartu pertama sampai kartu keempat ( $K_1 - K_4$ ).

Dengan aturan tersebut dapat diperoleh kartu-kartu tebak tanggal lahir seperti Tabel 3.1 berikut.

**Tabel Kartu Tebak Tanggal Lahir**

$K_1$				$K_2$				$K_3$				$K_4$				$K_5$			
1	3	5	7	2	3	6	7	4	5	6	7	8	9	10	11	16	17	18	19
9	11	13	15	10	11	14	15	12	13	14	15	12	13	14	15	20	21	22	23
17	19	21	23	18	19	22	23	20	21	22	23	24	25	26	27	24	25	26	27
25	27	29	31	26	27	30	31	28	29	30	31	28	29	30	31	28	29	30	31

### Permainan 1 (Menebak tanggal lahir)

Penebak tidak perlu menghafalkannya lima kartu tebak tanggal lahir, bahkan tidak perlu melihatnya lagi. Untuk menebak tanggal lahir seseorang cukup mengubah basis dua ke basis sepuluh. Adapun syarat yang harus dipenuhi dalam menebak tanggal lahir adalah orang yang ditebak tanggal lahirnya harus menyebutkan tanggal lahirnya berada di kartu ke berapa saja (tidak boleh ada yang ketinggalan). Karena itu proses menebak tanggal lahir dilakukan dengan langkah-langkah seperti berikut.

- *Penebak memberikan lima kartu tebak tanggal lahir kepada orang yang akan ditebak tanggal lahirnya.*
- *Orang yang ditebak mengamati tanggal lahirnya berada di kartu mana saja.*
- *Orang yang ditebak menginformasikan kepada penebak keberadaan tanggal lahirnya di kartu mana saja.*
- *Penebak mengubah informasi dari orang yang ditebak dengan menggunakan basis dua, yakni mengembalikan informasi tersebut ke basis sepuluh dan akan diperoleh hasilnya.*

Sebagai contoh, bila seseorang tanggal lahirnya hanya ada di kartu pertama dan ketiga, maka kita dapat memikirkannya bahwa kartu pertama diperoleh dari empatan, sehingga tanggal lahirnya adalah  $1 + 4 = 5$ . Jika seseorang tanggal lahirnya ada di kartu kedua ketiga, dan keempat, maka kita dapat memikirkannya bahwa kartu kedua diperoleh dari duaan, kartu ketiga diperoleh dari empatan, dan kartu keempat diperoleh dari delapanan, maka tanggal lahirnya adalah  $2 + 4 + 8 = 14$ .

Selanjutnya kita dapat menebak dengan cepat menggunakan pemikiran perolehan kartu berdasarkan satuan, duaan, empatan, delapanan, dan enam belasan. Bila tanggal lahir seseorang berada di kartu pertama, keempat dan kelima, maka tanggal lahirnya pasti  $1 + 8 + 16 = 25$ . Bila tanggal lahirnya berada di kartu pertama dan kelima, maka tanggal lahirnya pasti  $1 + 16 = 17$ .

## **B. Menebak Bulan Lahir Menggunakan Bilangan Berbasis Dua**

### **Menyusun kartu tebak bulan lahir.**

Kartu tebak bulan lahir disusun menggunakan cara sama dengan penyusunan kartu tebak tanggal lahir, yakni mengubah bilangan berbasis sepuluh menjadi bilangan berbasis dua. Kita tahu bahwa bulan lahir seseorang pasti diantara 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, atau 12. Sehingga bilangan-bilangan tersebut dapat diubah menjadi bilangan berbasis dua seperti berikut.

$$12 = 1 \text{ delapanan} + 1 \text{ empatan} + 0 \text{ duaan} + 0 \text{ satuan} = 1100$$

$$11 = 1 \text{ delapanan} + 0 \text{ empatan} + 1 \text{ duaan} + 1 \text{ satuan} = 1011$$

$$10 = 1 \text{ delapanan} + 0 \text{ empatan} + 1 \text{ duaan} + 0 \text{ satuan} = 1010$$



$$1 = 0 \text{ delapanan} + 0 \text{ empatan} + 0 \text{ duaan} + 1 \text{ satuan} = 0001$$

$$2 = 0 \text{ delapanan} + 0 \text{ empatan} + 1 \text{ duaan} + 0 \text{ satuan} = 0010$$

Secara lengkap pengubahan basis sepuluh ke basis dua disajikan sebagai berikut.<sup>2</sup>

		$K_4$	$K_3$	$K_2$	$K_1$
1	=	0	0	0	1
2	=	0	0	1	0
3	=	0	0	1	1
4	=	0	1	0	0
5	=	0	1	0	1
6	=	0	1	1	0

		$K_4$	$K_3$	$K_2$	$K_1$
7	=	0	1	2	1
8	=	1	0	1	0
9	=	1	0	0	1
10	=	1	0	1	0
11	=	1	0	1	1
12	=	1	1	0	0

Karena bilangan bulannya adalah 12 dan dapat ditulis dengan basis dua hanya dalam empat digit (empat angka), maka kartu tebak bulan lahirnya sebanyak empat. Dengan menggunakan aturan yang sama dengan pengisian kartu tebak tanggal lahir, maka diperoleh kartu tebak bulan lahir sebagai berikut.

---

2 Ibid., 93



$K_1$	
1	3
5	7
9	11

$K_2$	
2	3
6	7
10	11

$K_3$	
4	5
6	7
12	

$K_4$	
8	9
10	11
12	

## Permainan 2 (Menebak bulan lahir)

Proses menebak bulan lahir seseorang sama dengan proses menebak tanggal lahir, yakni tebakan didasarkan pada posisi bulan lahir pada kartu. Posisi bulan lahir terkait dengan basis dua. Karena itu proses selanjutnya adalah mengubah basis sepuluh dengan langkah-langkahnya sama dengan menebak tanggal lahir.

Sebagai contoh, bila seseorang bulan lahirnya ada di kartu pertama dan keempat, maka kita dapat memikirkannya bahwa kartu pertama diperoleh dari satuan dan kartu keempat diperoleh dari delapanan, sehingga bulan lahirnya adalah  $1 + 8 = 9$  (september). Bila seseorang bulan lahirnya ada di kartu kedua, dan ketiga, maka bulan lahirnya adalah  $2 + 4 = 6$  (juni), dan seterusnya.

### C. Menebak umur menggunakan bentuk aljabar.

Dalam mempelajari aljabar dan bilangan, seringkali melibatkan operasi bilangan, seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Operasi penjumlahan merupakan “lawan” dari operasi pengurangan, operasi perkalian merupakan “kebalikan” dari operasi pembagian. Dengan menggunakan manipulasi aljabar, kita bisa membuat permainan “menebak umur” seseorang.

Menebak umur menggunakan manipulasi aljabar dan bilangan dapat disajikan dalam dua bentuk tebakan. Dan selanjutnya dikembangkan untuk menebak umur seseorang sekaligus jumlah keluarga (dengan asumsi jumlah keluarga tidak melebihi 9 orang), menebak umur sekaligus urutan dalam keluarga (anak ke berapa), dan menebak umur sekaligus menebak hari kelahiran seseorang.

Dalam hal ini manipulasi aljabar diperlukan untuk merumuskan aturan tebakan, sedangkan operasi bilangan diperlukan untuk menebak umur, jumlah keluarga, urutan keluarga dan hari kelahirannya.

### **Permainan 3 (Menebak umur)**

Dalam menebak umur dilakukan dengan memberikan instruksi kepada orang yang akan ditebak untuk memikirkan umurnya tanpa diketahui oleh orang yang menebak. Dengan memberikan instruksi lanjutan yang melibatkan operasi-operasi penjumlahan, pengurangan, dan perkalian akan diperoleh suatu hasil akhir. Hasil akhir disampaikan kepada penebak dan hasil akhir tersebut yang akan digunakan sebagai dasar untuk menebak. Adapun umurnya dapat diketahui dengan menghilangkan angka satuannya dari bilangan hasil akhir. Pada masalah menebak umur seseorang, disajikan dalam dua bentuk contoh praktis dan dilanjutkan dengan kajian bentuk aljabarnya.

### **Instruksi Tebakan Bentuk Pertama**

Instruksi yang diberikan kepada orang yang akan ditebak umurnya adalah sebagai berikut.

### Operasi bilangan

Pikirkan umur anda  
Kalikan umur anda dengan 2  
Tambahkan dengan 10  
Kalikan dengan 5  
Kurangi dengan 50  
Umurnya adalah bilangan hasil  
Akhir dihilangkan satuannya

Bilangan yang dipikirkan 23  
 $23 \times 2 = 46$   
 $46 + 10 = 56$   
 $56 \times 5 = 280$   
 $280 - 50 = 230$   
Umurnya adalah 230 dihilangkan  
angka nolnya, yaitu 23 tahun

Dengan mengetahui hasil akhirnya saja, penebak akan dapat mengetahui bilangan yang dipikirkan semula (umurnya). Selanjutnya yang menjadi masalah adalah bagaimana caranya mengkonstruksi instruksi sedemikian hingga penebak mudah untuk melakukan tebakan.

Untuk menyusun instruksi tidak bisa dilakukan secara sembarangan, namun melalui suatu aturan untuk memperoleh bilangan sehingga pada saat dihilangkan satuannya dapat menunjukkan umur seseorang. Untuk mengetahui aturan tersebut dapat dilakukan dengan mengkaji bentuk aljabarnya, sebagai berikut.

### Instruksi

Pikirkan umur anda  
Kalikan umur anda dengan 2  
Tambahkan dengan 10  
Kalikan dengan 5  
Kurangi dengan 50  
Umurnya adalah bilangan asli  
Akhir dihilangkan satuannya

### Bentuk Aljabar

Misalkan bil. yang dipikir  $x$   
 $2 \cdot x = 2x$   
 $2x + 10$   
 $5(2x + 10) = 10x + 50$   
 $10x + 50 - 50 = 10x$   
Hasil akhirnya merupakan perkalian  
antara umur dan 10

Perkalian umur dengan bilangan 10 menyebabkan perubahan posisi bilangan umur, yang semula satuan menjadi puluhan, yang semula puluhan menjadi ratusan, dan seterusnya. Sehingga umurnya mudah ditebak dengan menghilangkan angka satuannya. Karena itu peranan bilangan 10 (pada bentuk  $10x$ ) adalah sangat penting (bahkan merupakan kuncinya), untuk itu perlu ditelusuri asal-usul bilangan 10 (pada bentuk  $10x$ ). Dari bentuk aljabar dapat diketahui bahwa bilangan 10 (pada bentuk  $10x$ ) diperoleh dari perkalian 2 dengan 5. Dalam hal ini faktor prima dari 10 adalah 2 dan 5. Karena itu kita bisa membentuk instruksi lain dengan menukar instruksi kedua (kalikan umurmu dengan 2) dengan intruksi keempat (kalikan dengan 5), berkaitan dengan hal tersebut, akan disajikan contoh 2 berikut.

## Contoh 2

### Instruksi tebakkan bentuk kedua

Instruksi yang diberikan kepada orang yang akan ditebak umurnya adalah sebagai berikut.

Pikirkan umur anda Kalikan umur anda dengan 5 Tambahkan dengan 10 Kalikan dengan 2 Kurangi dengan 20 Umumnya adalah bilangan hasil Akhir dihilangkan satuannya
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

#### Operasi bilangan

Bilangan yang dipikirkan 17 $17 \times 5 = 85$ $85 + 10 = 95$ $95 \times 2 = 190$ $190 - 20 = 170$ Umumnya adalah 170 dihilangkan angka nolnya, yaitu 17 tahun
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Variasi instruksi yang lain dapat dilakukan dengan merubah instruksi ketiga (tambahkan dengan bilangan 10) dengan penambahan dengan bilangan yang lain, asalkan instruksi kelima

disesuaikan (pengurangan dengan bilangan yang sesuai). Karena itu masih banyak kemungkinan untuk membuat instruksi lain yang berbeda dengan instruksi pada kedua contoh di atas.

### Permainan 4 (Menebak Umur Dan Jumlah Keluarga)

Proses menebak umur dan jumlah keluarga dapat dilakukan hampir sama dengan menebak umur. Untuk menebak jumlah keluarga dapat dilakukan dengan memberikan satu instruksi tambahan sebelum instruksi ke lima atau sesudah instruksi ke lima. Adapun dalam menambahkan jumlah keluarga dapat memanfaatkan bilangan satuan dari hasil akhir yang diperoleh. Dengan kata lain, jumlah keluarganya dapat dilihat secara langsung dari angka satuannya, maka syarat yang harus dipenuhi adalah jumlah keluarganya hanya 1 – 9 orang.

### Contoh 3

Instruksi yang diberikan kepada orang yang akan ditebak umur dan jumlah keluarganya adalah sebagai berikut.

#### Operasi bilangan

Pikirkan umur anda  
Kalikan umur anda dengan 2  
Tambahkan dengan 10  
Kalikan dengan 5  
Tambahkan dengan jumlah  
keluargamu  
Kurangi dengan 50  
Umurnya = bilangan dari ratusan dan  
puluhan . Jumlah keluarganya = bil.  
Satuan.

Bilangan yang dipikirkan 21  
 $21 \times 2 = 42$   
 $42 + 10 = 52$   
 $52 \times 5 = 260$   
 $260 + 4 = 264$  (misalkan jml ke. = 4  
orang)  
 $264 - 50 = 214$   
Umurnya adalah 21 (ratusan dan  
puluhan). Jumlah keluarganya 4  
(satuannya)

Kajian secara aljabar dari menebak umur dan jumlah keluarga hampir sama dengan menebak umurnya, yang membedakan adalah termanfaatkannya satuan untuk mengetahui jumlah keluarganya. Karena itu menebak jumlah keluarga dapat dilakukan apabila keluarganya tidak lebih dari sembilan orang. Untuk mengetahui timbulnya syarat terpenuhinya hanya jika jumlah keluarga tidak lebih dari 9 orang dapat dilakukan dengan bentuk aljabarnya. Adapun kajian bentuk aljabarnya disajikan sebagai berikut.

#### Operasi bilangan

Pikirkan umur anda  
 Kalikan umur anda dengan 2  
 Tambahkan dengan 10  
 Kalikan dengan 5  
 Tambahkan dengan jumlah  
 keluargamu  
 Kurangi dengan 50  
 Umurnya = bilangan dari ratusan dan  
 puluhan . Jumlah keluarganya = bil.  
 Satuan.

Bilangan yang dipikirkan 21  
 $21 \times 2 = 42$   
 $42 + 10 = 52$   
 $52 \times 5 = 260$   
 $260 + 4 = 264$  (misalkan jml ke. = 4  
 orang)  
 $264 - 50 = 214$   
 Umurnya adalah 21 (ratusan dan  
 puluhan). Jumlah keluarganya 4  
 (satunya)

Dari hasil akhirnya  $10x + y$ , telah diketahui bahwa  $x$  merupakan bilangan yang dibentuk dengan menghilangkan satuannya dan menyatakan umurnya, sedangkan  $y$  merupakan satuan yang menyatakan jumlah keluarga.

### **Permainan 5 (Menebak Umur Dan Urutan Dalam Keluarga)**

Urutan dalam keluarga yang dimaksudkan adalah anak keberapa dalam satu keluarga. Dalam hal ini masih dapat ditebak apabila seseorang tidak lebih dari anak kesembilan. Karena tebakan dilakukan dengan memanfaatkan bilangan satuannya,

maka bilangannya hanya berkisar 1 – 9, yang berarti urutan dalam keluarganya hanya terbatas paling besar anak ke sembilan. Adapun instruksi dan analisa bentuk aljabar menebak umur sekaligus urutan dalam keluarga hampir sama dengan menebak umur sekaligus jumlah keluarga. Perbedaannya hanya pada instruksi jumlah keluarga diganti dengan urutan dalam keluarga. Berikut disajikan contoh 4 menebak umur sekaligus urutan dalam keluarga.

#### Contoh 4

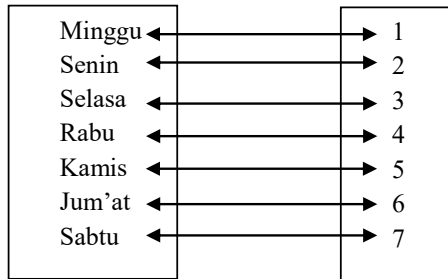
Instruksi yang diberikan kepada orang yang akan ditebak umur dan urutan dalam keluarganya adalah sebagai berikut.

Instruksi	Bentuk Aljabar
<p>Pikirkan umur anda            Kalikan umur anda dengan 2            Tambahkan dengan 10            Kalikan dengan 5            Tambahkan dengan urutan dalam keluarga            Kurangi dengan 50            Umurnya = bilangan dari ratusan dan puluhan . posisi dalam keluarga = bil. Satuan.</p>	<p>Misalkan bil. yang dipikirkan 18  <math>18 \times 2 = 36</math>  <math>36 + 10 = 46</math>  <math>46 \times 5 = 230</math>  <math>230 + 3 = 233</math> (misalkan anak ke-3)  <math>233 - 50 = 183</math>            Umurnya adalah 18 (ratusan dan puluhan). Posisinya dalam keluarga adalah anak ke-3</p>

#### Permainan 6 (Menebak Umur Dan Hari Kelahiran)

Menebak umur sekaligus hari kelahiran pada prinsipnya hampir sama dengan menebak umur sekaligus jumlah keluarga. Perbedaan instruksinya hanya pada jumlah keluarga diganti dengan bilangan hari kelahiran. Bilangan hari kelahiran ditetapkan dengan menggunakan korespondensi satu-satu antara nama-

nama hari dengan bilangan 1 sampai dengan 7. Korespodensi dapat dibentuk seperti berikut.



Seseorang yang lahir hari minggu, maka bilangan hari kelahirannya alah 1, bila lahirnya hari senin, maka bilangan hari kelahirannya adalah 2, dan seterusnya. Dengan korespodensi tersebut akan mempermudah menebak hari kelahiran sesorang. Proses menebak umur dan hari kelahiran dapat dilakukan seperti contoh 5 berikut.

### Contoh 5

Instruksi yang diberikan kepada orang yang akan ditebak umur dan hari kelahirannya adalah sebagai berikut.

#### Operasi bilangan

Pikirkan umur anda  
 Kalikan umur anda dengan 2  
 Tambahkan dengan 10  
 Kalikan dengan 5  
 Tambahkan dengan bilangan hari kelahiran  
 Kurangi dengan 50  
 Umurnya = bilangan dari ratusan dan puluhan . Bil. Hari lahir = bil. Satuan.

Bilangan yang dipikirkan 22  
 $22 \times 2 = 44$   
 $44 + 10 = 54$   
 $54 \times 5 = 270$   
 $270 + 4 = 274$  (mis. Hari lahirnya kamis)  
 $274 - 50 = 224$   
 Umurnya adalah 22 (ratusan dan puluhan). Bil hari lahirnya 4 berarti lahirnya Rabu



Sedangkan analisa secara aljabarnya sama dengan menebak umur dan jumlah keluarga.

#### **D. Menebak Bilangan**

##### **1. Menebak bilangan yang jawabannya 33**

Salah satu permainan tebak bilangan yang bisa digunakan untuk rekreasi matematika adalah ”**Permainan 33**”. Permainan ini dapat dimainkan di depan kelas maupun dimainkan oleh dua orang sebagai Penebak/pemain dan penonton/orang yang akan ditebak. Permainannya sebagai berikut:

- a. Penebak mempersilakan salah satu penonton untuk memilih *sembarang empat bilangan bulat berbeda* yang bernilai antara 1 sampai dengan 9. Penonton menyembunyikan bilangan pilihannya tersebut dari penebak. Misalnya penebak memilih bilangan 1, 2, 3 dan 4.
- b. Penebak menyuruh penonton menjumlahkan keempat bilangan pilihannya. Misalnya dari bilangan yang dipilih tersebut diperoleh hasil jumlahnya adalah 10.
- c. Dengan tiga bilangan yang dipilih, penebak menyuruh penonton tersebut untuk membuat semua bilangan puluhan yang mungkin dibentuk dengan cara mengkombinasikan angka-angkanya dan kemudian menjumlahkan semua bilangan puluhan yang terbentuk. Misalnya dari bilangan 1,2, 3, dan 4 yang dipilih dapat dibuat bilangan puluhan 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, dan 43. Jumlah semua bilangan ini adalah 330.

- d. Penebak menyuruh penonton membagi hasil jumlahan bilangan puluhan pada langkah ke (3) dengan jumlahan bilangan satuan pada langkah ke (2) dan menyimpan/ menyembunyikan hasilnya.
- e. Penebak menebak bilangan hasil pembagian pada langkah (4).
- f. Hasil tebakannya yaitu 33.

## 2. Menebak bilangan yang jawabannya 22

Permainan tebak bilangan ini dimainkan oleh 2 orang sebagai penebak (anggap si A) dan orang yang akan ditebak (si B). Caranya sebagai berikut:

- a. Penebak (A) meminta B memilih sembarang tiga bilangan yang bernilai antara 1 s.d 9. Si B harus menyembunyikan angka itu lho dari si A. Contoh B memilih angka 1,2 dan 3
- b. A menyuruh B menjumlahkan ketiga bilangan pilihannya. Sehingga hasil jumlah contoh tadi adalah 6
- c. Dengan 3 bilangan yang dipilih, A menyuruh B membuat semua bilangan puluhan yang mungkin dibentuk dengan cara mengkombinasikan angka-angkanya, lalu jumlahkan semua bilangan puluhan yang terbentuk. Untuk contoh tadi puluhannya 12, 13, 21, 23, 31, dan 33. Jumlah semua bilangan 132.
- d. A menyuruh B membagi hasil jumlahan bilangan puluhan pada langkah ke-3 dengan jumlah bilangan satuan pada

langkah ke-2. Dari contoh  $132 : 6 = 22$  (Namun hasilnya disembunyikan)

- e. A menebak bilangan hasil pembagian B dengan menjawab hasilnya 22.

### 3. Menebak bilangan yang jawabannya 23

Salah satu siswa (si A) diminta maju ke depan papan tulis. Dengan membelakangi papan tulis (tutup mata biar lebih afdol) guru meminta si A untuk memulai permainan: Tuliskan bilangan dengan dua digit yang terletak antara 50 dan 100 Tambahkan 76 terhadap bilangan itu Coret angka ratusannya Tambahkan angka ratusan yang dicoret terhadap bilangan dua digit yang tersisa Kurangkan bilangan semula yang dipilih awal tadi dengan hasil didapat.

misal si A pilih angka 83.

Tambahkan 76 menjadi Mencoret dan menambahkan,

sehingga 159; 1 dicoret sisa  $59 + 1$  tadi = 60

Angka semula - hasil maka  $83 - 60 = 23$

### 4. Menebak bilangan yang jawabannya 3

Pikirkan sebuah bilangan  $n$

Kalikan dengan 2 sehingga  $2n$

Tambah dengan 7 sehingga  $2n + 7$

Kurangi dengan 1 sehingga  $2n + 6$

Bagi dengan 2 sehingga  $n + 3$

Kurangi dengan bilangan awal 3

Misalkan siswa pilih angka 4. kali 2 menjadi 8, tambah 7

jadi 15. Kurangi 1 jadi 14, bagi 2 jadi 7. Kurangi dengan bilangan awal hasilnya adalah 3.

Kesimpulannya: Bilangan apapun yang dipikirkan murid akan menghasilkan angka 3

# BAB 2

## MATHEMAGIC

### A. Menebak Bilangan Rahasia

**B**erbagi kebahagiaan yang dilakukan setiap orang tentunya dengan cara-cara yang bervariasi. Beberapa motivator berpendapat bahwa untuk membahagiakan diri kita salah satu langkah mudah dan efektif adalah membuat orang lain bahagia. Ciri utama orang lain kelihatan bahagia yaitu ketika tersenyum dan tertawa terhadap apa yang kita lakukan.

Mathemagic inilah sebagai salah satu contoh untuk dapat memenuhi kebutuhan tersebut. Dengan Mathemagic ini kami yakin anda bisa tersenyum dan tertawa. Begitu juga orang-orang di sekeliling kita yang sedang menyaksikannya. Oleh sebab itu pelajarilah trik-trik atau langkah-langkah dibawah dengan baik, sampai anda benar-benar paham, mengerti dan menguasai materi tersebut. Sehingga anda bisa mencoba mengaplikasikannya dalam kehidupan sehari-hari baik sebagai permainan atau rekreasi dan sebagai salah satu motivasi jitu untuk membuat orang/siswa senang terhadap matematika. Setelah kita bisa mempertunjukkan hal

tersebut pada orang/siswa di sekeliling kita maka segera mereka akan mengatakan matematika begitu indah dan menyenangkan.

### 1. **Menebak Bilangan Rahasia dengan Dua Angka Sebarang**

Sekarang ikuti trik-trik berikut. Suruhlah orang lain/siswa/teman kita untuk menuliskan 2 digit bilangan yang mereka sukai yang mana kita tidak boleh tahu. Agar permainan atau mathemagic yang kita berikan terkesan sungguh menakjubkan, lalu suruhlah untuk menjumlahkan ke-2 digit bilangan tersebut. Hasil dari operasi penjumlahan tersebut kurangkan dengan 2 digit bilangan yang awal (semula). Kemudian suruhlah untuk mencoret atau menyembunyikan salah satu hasil dari operasi pengurangan tersebut. Nah langkah terakhir suruhlah untuk menyebutkan bilangan yang tidak dicoret atau tidak disembunyikan. Jika perhitungannya benar, maka kita pasti bisa menebak bilangan yang dicoret atau yang disembunynikan oleh orang tersebut. Untuk lebih jelasnya akan kami jabarkan dengan mendiskripsikan contoh berikut.

Perhatikan contoh berikut ini:

#### **(Intruksi)**

Apa yang kita katakan

Tuliskan 2 digit bilangan sebarang yang disukai!

Jumlahkan!

Hasilnya kurangkan dengan kedua digit bilangan awal!

Coret salah satu bilangan hasil operasi pengurangannya!

Kemudian, sebutkan bilangan yang tidak dicoret!

#### **(Representasi)**

apa yang orang lain tulis

35

$3+5 = 8$

$35-8=27$

2 7

2

Setelah langkah-langkah di atas dilakukan dengan tepat terutama dalam perhitungannya, kita yakin dapat menebak atau menyebutkan digit bilangan yang telah dicoret/dirahaskan tersebut, yaitu 7. Kita bisa menebak/menyebutkan bilangan yang dicoret karena apabila kita menulis atau menyebutkan 2 digit bilangan sebarang, lalu dijumlahkan dan hasilnya dikurangkan dengan ke 2 digit bilangan yang semula ditulis atau disebutkan, maka jumlah dari hasil akhirnya adalah 9. Jika yang disebutkan adalah 2, maka yang dicoret pasti 7 karena  $9-2=7$ . Mudah dan mengasyikkan bukan? kecuali 0 tidak boleh diletakkan sebelum angka berikutnya, seperti: 01, 02, dan seterusnya. Karena apabila dijumlahkan dan hasilnya dikurangkan dengan ke 2 digit bilangan mula-mula, maka hasilnya tetap 0.<sup>3</sup>

Mathemagic ini baru tahap awal dan tentu masih sangat mudah. Lalu bagaimana dengan 3, 4, 5, dan bilangan apakah kuncinya juga bilangan 9...? Yang pasti ya atau tidak. Karena ada yang berbeda dan tentu dengan syarat yang berbeda pula.

## **2. Menebak bilangan rahasia dengan tiga angka sebarang**

Sebagai orang matematikawan yang selalu serius mulai sekarang kita dapat menunjukkan sesuatu yang indah dalam matematika yang bisa membuat orang lain takjub dan kagum. Sekarang ikuti langkah-langkah berikut. Suruhlah orang lain/siswa atau teman anda untuk menuliskan 3 digit bilangan yang mereka suka yang mana anda tidak boleh tahu. Kemudian suruh untuk menjumlahkan ke 3 digit bilangan tersebut. Hasil dari

---

3 Maswar, *Mathemagic Dan Hitung Cepat dengan Metode singkat*, (Yogyakarta: Absolute Media, 2010),4

operasi penjumlahan tersebut kurangkan dengan 3 digit bilangan mula-mula. Kemudian suruhlah untuk mencoret salah satu hasil dari operasi pengurangan tersebut. Nah langkah terakhir suruhlah untuk menyebutkan bilangan yang tidak di coret. Jika penghitungannya benar, maka anda pasti bisa menebak bilangan yang dicoret tersebut.

Sebenarnya langkah-langkahnya hampir sama dengan tebakan no 1, tetapi tetap ada sedikit yang beda.

Perhatikan contoh berikut ini:

**(Intruksi)**

Apa yang kita katakana!

Tuliskan 2 digit bilangan sebarang yang disukai!

Jumlahkan!

Hasilnya kurangkan dengan ke 2 digit bilangan awal!

Coretlah salah satu hasil operasi pengurangannya!

Kemudian, sebutkan digit bilangan yang tidak dicoret!

**(Representasi)**

apa yang orang lain tulis

3 4 5

$3+4+5=12$

$345-12=333$

3 ~~3~~ 3

33

Setelah langkah-langkah di atas dilakukan dengan tepat terutama dalam penghitungannya, kita dapat menebak atau menyebutkan digit bilangan yang telah dicoret atau dirahasiakan tersebut, yaitu 3. Kita dapat menebak atau menyebutkan digit bilangan yang dicoret karena apabila kita menulis atau menyebutkan 3 digit bilangan sebarang lalu dijumlahkan dan hasilnya dikurangkan dengan 3 digit bilangan yang semula kita tulis atau disebutkan, maka hasilnya adalah 9. Sehingga jika yang disebutkan adalah 3 dan 3, maka yang dicoret pasti = 3, karena  $9-3-3=3$ .



### Catatan:

angka 0 diletakkan sebelum angka berikutnya. No problem alias tidak ada pengaruh. Example: 011, 022 dan seterusnya. Karena apabila dijumlahkan dan hasilnya dikurangkan dengan ke 3 bilangan awal hasilnya tetap 9. Sedikit berbeda dengan trik awal. Jika 2 angka yang disebutkan berjumlah lebih dari 9 maka jumlah ketiga digit bilangan tersebut bukan lagi 9 melainkan 18, sebagaimana contoh berikut:

Perhatikan contoh berikut ini:

#### (Intruksi)

(Representasi)

Apa yang kita katakan

apa yang orang lain tulis

Tuliskan 2 digit bilangan sebarang yang disukai!

6 7 8

Jumlahkan!

$6+7+8=21$

Hasilnya kurangkan dengan ke 3 digit bilangan awal!

$678-21=657$

Coretlah salah satu hasil operasi pengurangannya!

6 5 7

Kemudian, sebutkan digit bilangan yang tidak dicoret!

65

Setelah langkah-langkah diatas dilakukan dengan tepat terutama dalam penghitungannya, kita dapat menebak atau menyebutkan bilangan yang telah dicoret/dirahasiakan tersebut, yaitu 7. kita bisa menebak menyebutkan bilangan yang dicoret karena bila kita menulis atau menyebutkan 3 bilangan sebarang lalu dijumlahkan dan hasil akhirnya adalah 18. Sehingga, jika yang disebutkan adalah 6 dan 5, maka yang dicoret pasti  $=7$  karena  $18-6+5=7$

Mudah dan mengasyikkan bukan....?

### Catatan:

angka 0 diletakkan sebelum angka berikutnya. Tentu mempunyai pengaruh yaitu hasilnya bukan 18 tetapi 9. Example: 011, 022, dan seterusnya. Karena apabila dijumlahkan dan hasilnya dikurangkan dengan ke 3 bilangan mula-mula, maka hasilnya tetap 9.

### 3. Menebak rahasia bilangan dengan empat angka sebarang

Semakin banyak angka/digit yang ditulis tentu semakin berbeda pula trik-trik yang digunakannya. Lebih penasaran dan ingin cepat menguasai...? bacalah! bacalah! Dan bacalah! Lalu lakukan seperti yang telah diajarkan dalam buku ini.

Perhatikan contoh berikut ini:

(Intruksi)	(Representasi)
Apa yang kita katakan	apa yang orang lain tulis
Tuliskan 2 digit bilangan sebarang yang disukai!	1235
Jumlahkan!	$1+2+3+5=11$
Hasilnya kurangkan dengan ke 4 digit bilangan semula!	$1235-11=1224$
Coretlah salah satu hasil operasi pengurangannya!	1 2 <del>2</del> 4
Kemudian, sebutkan digit bilangan yang tidak dicoret!	124

Setelah langkah-langkah diatas dilakukan dengan tepat terutama dalam penghitungannya, kita dapat menebak atau menyebutkan digit bilangan yang telah dicoret/dirahasiakan tersebut adalah 2. Kita dapat menebak atau menyebutkan digit bilangan yang dicoret karena bila kita menulis atau menyebutkan 4 bilangan sebarang lalu dijumlahkan dan hasilnya dikurangkan dengan ke 4 bilangan yang awal ditulis/disebutkan hasil akhirnya

adalah 9. so, jika yang disebutkan adalah 1, 2 dan 4, maka yang dicoret pasti = 2 karena  $9-1 + 2 + 4=2$ .

Perhatikan contoh ke 2 berikut ini:

<b>(Instruksi)</b>	<b>(Representasi)</b>
Apa yang kita katakan	apa yang orang lain tulis
Tuliskan 2 digit bilangan sebarang yang disukai!	1235
Jumlahkan!	$1+2+3+5=11$
Hasilnya kurangkan dengan ke 4 digit bilangan semula!	$1235-11=1224$
Coretlah salah satu hasil operasi pengurangannya!	$1\ 2\ 2\ 4$
Kemudian, sebutkan digit bilangan yang tidak dicoret!	124

Setelah langkah-langkah diatas dilakukan dengan tepat terutama dalam penghitungannya, kita dapat menebak atau menyebutkan digit bilangan yang telah dicoret/dirahasiakan tersebut adalah 5. Kita dapat menebak atau menyebutkan digit bilangan yang dicoret karena bila kita menulis atau menyebutkan 4 digit bilangan sebarang lalu dijumlahkan dan hasilnya dikurangkan dengan ke 4 digit bilangan yang awal ditulis/disebutkan hasil akhirnya adalah 18. Sehingga, jika yang disebutkan adalah 3, 4 dan 6, maka yang dicoret pasti = 5 karena  $18-3+4+6=5$ .

Perhatikan contoh berikut ini:

<b>(Instruksi)</b>	<b>(Representasi)</b>
Apa yang kita katakan	apa yang orang lain tulis
Tuliskan 2 digit bilangan sebarang yang disukai!	6 7 8 9
Jumlahkan!	$6+7+8+9=30$
Hasilnya kurangkan dengan ke 4 digit bilangan semula!	$6789-30=6759$
Coretlah salah satu hasil operasi pengurangannya!	$6\ 7\ 5\ 9$
Kemudian, sebutkan digit bilangan yang tidak dicoret !	7 5 9

Setelah langkah-langkah di atas dilakukan dengan tepat terutama dalam penghitungannya, kita dapat menebak atau menyebutkan digit bilangan yang telah dicoret/dirahasiakan tersebut adalah 6. Kita dapat menebak atau menyebutkan digit bilangan yang dicoret karena bila kita menulis atau menyebutkan 4 digit bilangan sebarang lalu dijumlahkan dan hasilnya dikurangkan dengan ke 4 digit bilangan yang awal ditulis/disebutkan hasil akhirnya adalah 27. Sehingga, jika yang disebutkan adalah 7, 5 dan 9, maka yang dicoret pasti = 6 karena  $27 - 7 - 5 - 9 = 6$ .

Catatan:

Apabila ke 3 digit diantara ke 4 digit bilangan yang ditulis/disebutkan kurang dari atau sama dengan 3, maka hasil akhirnya adalah 9. Dan apabila ke 3 digit bilangan atau ke 4 digit bilangan yang ditulis/atau disebutkan kurang dari atau sama dengan 6 (misalnya: 666), maka hasil akhirnya adalah 18. Serta apabila ke 4 digit bilangan yang ditulis/ disebutkan adalah lebih dari atau sama dengan 6, maka hasil akhirnya adalah 27 (asal ke 4 digit bilangan tersebut tidak boleh sama dengan 6, misalnya: seperti yang telah dicontohkan diatas, yaitu 6759).

#### **4. Menebak Rahasia Bilangan dengan Lima Angka Sebarang**

Bagian ini adalah bagian terakhir dari trik-trik menebak rahasia bilangan yang terdiri dari 2, 3, 4, dan 5 angka. Akan tetapi bukan berarti mengakhiri menebak rahasia bilangan yang terdiri dari beberapa angka yang lebih dari apa yang bisa kami sajikan kepada anda. Anda bisa membuatnya sendiri dengan menggunakan kunci jawaban yang ada pada kesimpulan. Sebelum

itu mari kita simak dan pelajari mathemagic ini dengan baik dan sempurna.

Dalam buku ini kita tuntaskan rasa penasaran yang ada dalam diri kita. Agar tidak menimbulkan penyakit pikiran yang berkepanjangan. Buatlah hidup kita ini lebih indah dan bermakna. Karena tujuan hidup hanya pada satu tujuan yang mewakili dari beberapa tujuan yang ada yaitu kita ingin bahagia dan menikmati kebahagiaan.

Perhatikan contoh-contoh berikut ini:

<b>((Intruksi))</b>	<b>(Representasi)</b>
Apa yang kita katakan	apa yang orang lain tulis
Tuliskan 2 digit bilangan sebarang yang disukai!	4 5 6 7 8
Jumlahkan!	$4+5+6+7+8=30$
Hasilnya kurangkan dengan ke 4 digit bilangan semula!	$45678-30 = 456748$
Coretlah salah satu hasil operasi pengurangannya!	4 5 <del>6</del> 8
Kemudian, sebutkan digit bilangan yang tidak dicoret!	4 5 6 8

Setelah langkah-langkah diatas dilakukan dengan tepat terutama dalam penghitungannya, kita dapat menebak atau menyebutkan digit bilangan yang telah dicoret/dirahasiakan tersebut adalah 6. Kita dapat menebak atau menyebutkan digit bilangan yang dicoret karena bila kita menulis atau menyebutkan 5 digit bilangan sebarang lalu dijumlahkan dan hasilnya dikurangkan dengan ke 5 digit bilangan yang awal ditulis/disebutkan, hasil akhirnya adalah 27. Sehingga, jika yang disebutkan adalah 4, 5, 6 dan 8, maka yang dicoret pasti = 4 apakah hasil akhirnya adalah 27...?

Perhatikan contoh berikut ini:

<b>((Intruksi))</b>	<b>(Representasi)</b>
Apa yang kita katakan	apa yang orang lain tulis
Tuliskan 2 digit bilangan sebarang yang disukai!	1 2 2 3 4
Jumlahkan!	$1+2+2+3+4=12$
Hasilnya kurangkan dengan ke 4 digit bilangan semula!	$12234-12=12222$
Coretlah salah satu hasil operasi pengurangannya!	1 2 2 <del>2</del> 2
Kemudian, sebutkan digit bilangan yang tidak dicoret!	1 2 2 2

Setelah langkah-langkah diatas dilakukan dengan tepat terutama dalam penghitungannya, kita dapat menebak atau menyebutkan digit bilangan yang telah dicoret/dirahasiakan tersebut adalah 2. Kita dapat menebak atau menyebutkan digit bilangan yang dicoret karena bila kita menulis atau menyebutkan 5 digit bilangan sebarang lalu dijumlahkan dan hasilnya dikurangkan dengan ke 5 digit bilangan yang awal ditulis/disebutkan, hasil akhirnya adalah 9. Sehingga, jika yang disebutkan adalah 1, 2, 2 dan 2, maka yang dicoret pasti = 2 kaarena  $9-1+2+2+2=2$ . Lho kok malah 9..? gimana sih..?

Perhatikan contoh terakhir ini:

<b>(Intruksi)</b>	<b>(Representasi)</b>
Apa yang kita katakan	apa yang orang lain tulis
Tuliskan 2 digit bilangan sebarang yang disukai!	2 3 4 4 5
Jumlahkan!	$2+3+4+4+5=18$
Hasilnya kurangkan dengan ke 4 digit bilangan semula!	$23445-18=23427$
Coretlah salah satu hasil operasi pengurangannya!	2 3 4 2 7
Kemudian, sebutkan digit bilangan yang tidak dicoret!	2 3 2 7

Setelah langkah-langkah diatas dilakukan dengan tepat terutama dalam penghitungannya, kita dapat menebak atau

menyebutkan digit bilangan yang telah dicoret/dirahasiakan tersebut adalah 2. Kita dapat menebak atau menyebutkan digit bilangan yang dicoret karena bila kita menulis atau menyebutkan 5 digit bilangan sebarang lalu dijumlahkan dan hasilnya dikurangkan dengan ke 5 digit bilangan yang awal ditulis/disebutkan, hasil akhirnya adalah 18. So, jika yang disebutkan adalah 2, 3, 2 dan 7, maka yang dicoret pasti = 4 kaarena  $18-2+3+2+7=4$ . Lho kok malah 18..? gimana sih..?

### **5. Menebak Bilangan Rahasia dengan n Angka Sebarang (Bentuk Metematis sebagai Kunci Rahasia)**

Mempelajari contoh-contoh tersebut. Kita tidak usah khawatir! Yang pasti kami menyajika langkah-langkah yang lebih mudah dan praktis.

Dalam hal ini kita tinggal menebak atau menyebutkan dengan cara yang mudah dan praktis yaitu: Jika hasil akhirnya dijumlahkan kurang dari 9 (misalkan bilangan-bilangan yang disebutkan lalu dijumlahkan hasilnya =  $x$ ), maka bilangan yang dirahasiakan/angka yang dicoret adalah  $9-x$ .

Jika hasil akhirnya dijumlahkan lebih dari 9 dan kurang dari 18 ( $9 < x < 18$ ), (misalkan bilangan-bilangan yang disebutkan lalu dijumlahkan hasilnya =  $x$ ), maka bilangan yang dirahasiakan/ angka yang dicoret adalah  $18-x$ .

Dan;

- Jika hasil akhirnya dijumlahkan lebih dari 18 dan kurang dari 27 ( $18 < x < 27$ , (misalkan bilangan-bilangan yang disebutkan lalu dijumlahkan hasilnya =  $x$ ), maka kunci jawabannya adalah  $27 - x$ .

- Semakin banyak angka yang ditulis (misalkan sampai bilangan ke  $n$ ), maka semakin besar kunci jawabannya yaitu kelipatan 9 (18, 27, 36, 45, dst).

## B. Menebak Isi Pikiran Orang

Menebak isi pikiran orang lain tentu suatu yang menakjubkan bagi kita, di era modern sekarang ini. Hampir semua manusia di muka bumi lebih percaya pada sesuatu yang real dibandingkan pada sesuatu yang bersifat mistis. Akan tetapi menebak isi pikiran yang kami sajikan dalam bab mathemagic ini adalah real bukan mistis.

Sebagai orang matematik kami akan membuktikan bahwa matematika adalah pelajaran yang menyenangkan, eksak tapi juga mengandung sulap, dan nyata tapi rahasia. Sehingga menyenangkan, dengan menebak isi pikiran orang di sekitar kita atau teman yang dekat dengan kita atau siswa yang kita ajari. Pelajarilah trik-trik berikut ini dengan baik. Dan kembangkan sendiri menurut penalaran dan intuisi anda masing-masing untuk lebih indah dan luar biasa.

Perhatikan beberapa contoh berikut:

### Contoh 1

#### (Instruksi)

Apa yang kita katakan  
 Pikirkan suatu bilangan!  
 Kalikan dengan 2!  
 Tambahkan dengan 4!  
 Bagilah dengan 2!  
 Kurangkanlah dengan 1!  
 Sebutkan hasil akhirnya!

#### (Representasi)

apa yang orang lain tulis  
 5  
 $5 \times 2 = 10$   
 $10 + 4 = 14$   
 $14 : 2 = 7$   
 $7 - 1 = 6$   
 6



Dapat juga secara langsung kita menentukan nilai  $n$  adalah  $7 - 2 = 5$

Setelah langkah-langkah tersebut dilakukan dengan baik oleh teman, siswa atau siapapun sesuai dengan intruksi kita, selanjutnya suruhlah orang tersebut untuk menyebutkan bilangan terakhirnya. Kemudian dengan sembunyi-sembunyi, kita diam sejenak sambil berpikir dan berakting (*action*) seolah-olah kita masih membaca, dimana kemudian baru kita mulai bilangan yang<sup>4</sup> dipikirkan orang tersebut adalah 5, karena  $6 - 1 = 5$ , namun cara menebaknya juga bisa secara langsung yaitu suruhlah mengurangkan hasil operasi pembagiannya dengan 2, sehingga juga didapat hasil akhirnya adalah 5, dengan demikian kita langsung menebak bahwa bilangan yang dipikirkan adalah 5.

## Contoh 2

### (Instruksi)

Apa yang kita katakan

Pikirkan suatu bilangan!

Kalikan dengan 3!

Tambahkan dengan 9!

Bagilah dengan 3!

Kurangkanlah dengan 2!

Sebutkan hasil akhirnya!

### (Representasi)

apa yang orang lain tulis

6

$6 \times 3 = 18$

$18 + 9 = 27$

$27 : 3 = 9$

$9 - 2 = 7$

7

Dapat juga secara langsung kita menentukan nilai  $n$  adalah  $9 - 3 = 6$ , sehingga dengan cepat dan tepat kita dapat menebak bahwa bilangan yang dipikirkannya adalah 6

---

4 Ibid., 12

### Perhatikan contoh 3

#### ((Intruksi)

Apa yang kita katakan  
Pikirkan suatu bilangan!  
Kalikan dengan 4!  
Tambahkan dengan 16!  
Bagilah dengan 4!  
Kurangkanlah dengan 3!  
Sebutkan hasil akhirnya!

#### (Representasi)

apa yang orang lain tulis  
2  
 $2 \times 4 = 8$   
 $8 + 16 = 24$   
 $24 : 4 = 6$   
 $6 - 3 = 3$   
3

Dari hasil tersebut kita dapat menyebutkan bahwa bilangan yang dipikirkan adalah  $3-1 = 2$ . Jadi bilangan yang dipikirkan adalah 2. Atau dengan cara langsung kita dapat menentukan nilainya adalah  $6-4 = 2$ . Sangat mudah dan menyenangkan bukan.....?

### 1. Bentuk Matematis

Apakah bisa mathemagic tersebut disajikan dalam bentuk matematis?

Perhatikanlah bentuk matematis dari contoh, 1, 2, dan 3 di bawah ini:

#### Bentuk Matematis contoh 1

#### ((Intruksi)

Apa yang kita katakan  
Pikirkan suatu bilangan  
Kalikan dengan 2  
Tambahkan dengan 4  
Bagilah dengan 2  
Kurangkanlah dengan 1  
Sebutkan hasil akhirnya

#### (Representasi)

apa yang orang lain tulis  
 $n$   
 $2 \times n = 2n$   
 $2n + 4$   
 $\frac{2n+4}{2} = n + 2$   
 $n + 2 - 1 = n + 1$   
 $n + 1$

Sehingga dengan cepat dan tepat kita dapat menebak bahwa bilangan yang dipikirkan adalah  $n$ . Dari mana  $n$  didapat? Sebenarnya,  $n$  kita dapatkan dari hasil akhir yang telah disebutkan, dikurangkan dengan 1, yaitu:  $n + 1 - 1 = n$ . Dapat juga secara langsung  $n + 3 - 3 = n^5$

Berikut ini bentuk matematis dari permainan/mathemagic pada contoh 2

**(Intruksi)**

Apa yang kita katakan

Pikirkan suatu bilangan!

Kalikan dengan 2!

Tambahkan dengan 4!

Bagilah dengan 2!

Kurangkanlah dengan 1!

Sebutkan hasil akhirnya!

**(Representasi)**

apa yang orang lain tulis

$$n$$

$$3 \times n = 3n$$

$$3n + 9$$

$$\frac{3n+9}{3} = n + 3$$

$$n + 3 - 2 = n + 1$$

$$n + 1$$

Sehingga dengan cepat dan tepat kita dapat menebak bahwa bilangan yang dipikirkan adalah  $n$ ,  $n$  tersebut didapat dari hasil akhir yang telah disebutkan dikurangkan dengan 1, yaitu:  $n+1-1=n$ . Dapat juga secara langsung  $n+3-3=n$

Bentuk matematis contoh 3

**((Intruksi)**

Apa yang kita katakan

Pikirkan suatu bilangan!

Kalikan dengan 2!

Tambahkan dengan 4!

Bagilah dengan 2!

Kurangkanlah dengan 1!

Sebutkan hasil akhirnya!

**(Representasi)**

apa yang orang lain tulis

$$n$$

$$2 \times n = 2n$$

$$2n + 4$$

$$\frac{2n+4}{2} = n + 2$$

$$n + 2 - 1 = n + 1$$

$$n + 1$$

---

5 Ibid., 15

Setelah itu, kita bisa meminta orang tersebut untuk menyebutkan hasil akhirnya. Misalkan hasil akhirnya adalah 6, maka kita bisa menebak bilangan yang dipikirkan adalah  $n+1=6$ , maka  $n=6-1=5$ . Yang dipikirkan adalah 5. Kok bisa, dari mana? Begini, perhatikan bahwa hasil akhirnya adalah  $n+$ . Awalnya kita telah memisalkan bahwa bilangan yang dipikirkan adalah  $n$ . Nah, agar dari hasil tersebut diperoleh  $n$ , maka kita harus mengurangkannya dengan 1.

Sejauh hitungannya valid, maka bilangan yang dipikirkan adalah hasil hitungan terakhir dikurangi satu. Misalkan hasil akhirnya 8, maka bilangan yang dipikirkan adalah 7, misalkan hasil akhirnya 100, maka bilangan yang dipikirkan adalah 99, dan seterusnya.

## 2. Bentuk Matematis Komplet

Setelah mempelajari beberapa contoh yang telah kami berikan, baik dalam bentuk bilangan maupun bentuk matematisnya, kita bisa membuat bentuk lain sesuai dengan kemauan kita dengan syarat harus sesuai dengan rumus permisalan yang kami buat yaitu sebagai berikut; kita misalkan bilangan yang dipikirkan oleh orang lain adalah  $n$ ,  $n$  dikalikan dengan suatu bilangan dimana bilangan tersebut kita misalkan adalah  $a$ , kemudian dijumlahkan dengan  $a$  kuadrat, misalkan hasil operasi tersebut adalah  $b$ , maka langkah terakhir untuk menentukan nilai  $n$  adalah kita kurangkan  $a$  terhadap  $b$ . Perhatikan rumus komplit permisalan berikut:

**(Instruksi)**

Apa yang kita katakan

Pikirkan suatu bilangan!

Kalikan dengan  $a$ !

Tambahkan dengan  $a^2$ !

Bagilah dengan  $a$ !

Kurangkanlah dengan  $a$ !

Sebutkan hasil akhirnya!

**(Representasi)**

apa yang orang lain tulis

$n$

$a \times n = an$

$an + a^2$

$\frac{an+a^2}{a} = n + a$

$n + a - a$

$n$

Apabila kita ingin mengolah mathemagic tersebut menjadi lebih rahasia seperti yang telah diungkapkan pada beberapa contoh sebelumnya, maka pada langkah yang menghasilkan  $n+a$  harus kita kurangkan dengan suatu bilangan yang lebih kecil dari  $a$  baru kemudian kita kurangkan lagi dengan sisanya sehingga jumlah keseluruhan bilangan pengurangan sama dengan  $a$ .

**C. Penjumlahan yang Aneh tapi Nyata**

Mempelajari matematika bukan hanya butuh kepandaian, tetapi juga butuh ketepatan dan kecepatan dalam menghitung. Mungkin setiap orang punya keahlian yang berbeda dalam matematika karena sub pembahasan dari matematika itu sendiri sangatlah luas. Akan tetapi dengan keahlian yang kita miliki itulah dunia kita, itulah andalan kita untuk mampu beradaptasi dengan lingkungan (orang yang pintar adalah orang yang ahli dalam bidang tertentu dan itu biasa, tapi orang yang pintar banyak hal itulah orang yang tidak ahli tetapi luar biasa).

Kita harus sadar bahwa dalam kehidupan kita sehari-hari selalu dibenturkan dan tidak lepas dari bahasa matematika, Setiap orang secara keseluruhan baik yang bodoh maupun yang pintar, baik

yang mengenal bangku sekolah maupun yang tidak, secara merata mereka tetap selalu berhubungan dengan bahasa matematika, baik dalam operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian pada bilangan matematika yang melibatkan beberapa angka dan juga menggunakan symbol matematika. Contoh: Menghitung uang, mandi 3 kali sehari, sholat subuh 2 rakaat, dan seterusnya.

Selain itu, ternyata hitungan operasi penjumlahan pada matematika bisa dijadikan permainan yang menarik untuk dikonsumsi siswa, guru atau siapa saja. Dimana penjumlahan itu biasa kita katakan sebagai penjumlahan yang aneh tapi nyata. Anda ingin tahu seperti apa penjumlahan itu?

Berikut ini, akan kami sajikan beberapa contoh, dimana kemudian anda bisa membuatnya sendiri tanpa menggunakan contoh yang kami berikan, karena selain contoh yang kami sajikan untuk anda, kami juga menyajikannya dalam bentuk matematisnya.

Sebelum melangkah pada contoh terlebih dahulu, anda pahami langkah-langkah berikut:

- Langkah pertama, menuliskan 5 digit bilangan sebarang.
- Langkah kedua, menyuruh orang lain untuk menuliskan 5 digit bilangan sebarang, paling sedikitnya satu kali, kemudian anda menuliskan 5 digit bilangan juga, dimana ke 5 digit bilangan yang anda tuliskan adalah hasil pengurangan 9 pada tiap-tiap digit bilangan yang dituliskan orang tersebut.
- Langkah ketiga, menyusun semua bilangan tersebut menjadi 3 susunan dan menjumlahkannya.

- Langkah terakhir, Menentukan jawabannya dengan mengurangi dengan 1 pada digit bilangan terakhir (digit ke 5) pada barisan/susunan pertama atau yang pertama kali anda tuliskan dan menambahkannya dengan 1 didepan digit pertama.

Catatan:

- Dalam membuat barisan/susunan pada bilangan tersebut haruslah ganjil. Di mana batas minimum barisan/susunan adalah satu dan batas maksimum adalah tak terhingga (tak ada batas).
- Kemudian untuk menjawab atau menentukan hasil penjumlahan tersebut disesuaikan dengan banyaknya susunan/barisan pada bilangan yang dibuat.
- jika hanya terdiri dari satu baris, maka hasil akhirnya adalah bilangan pada baris pertama digit terakhir kurangi 0 dan tulis angka 0 pada digit terdepan,
- jika hanya terdiri dari tiga baris, maka hasil akhirnya adalah bilangan pada baris pertama digit terakhir kurangi 1 dan tulis angka 1 pada digit terdepan,
- jika hanya terdiri dari lima baris, maka hasil akhirnya adalah bilangan pada baris pertama digit terakhir kurangi 2 dan tulis angka 2 pada digit terdepan,
- jika hanya terdiri dari tujuh baris, maka hasil akhirnya adalah bilangan pada baris pertama digit terakhir kurangi 3 dan tulis angka 3 pada digit terdepan
- Begitu juga seterusnya dengan beda baris atau susunannya adalah 2. Semakin banyak baris/susunan yang dibuat,

maka semakin besar pula bilangan yang dikurangkan dan dijumlahkan. Dimana batas minimum bilangan yang dikurangkan dan dijumlahkan adalah 0, dan batas maksimumnya tak terhingga (tak ada batas) dengan beda bilangan satu dengan lainnya adalah 1.

### 1. Penjumlahan Bersusun 3

Anda tuliskan 5 digit bilangan	23546	
Meminta orang lain juga menuliskan 5 digit bilangan	67831	
Anda lagi menuliskan 5 digit bilangan	<u>32168</u>	}
Jumlahkan	<b>123545</b>	

Sangat mudah, cepat, singkat dan aneh bukan?


### 2. Penjumlahan Bersusun 5

Anda tuliskan 5 digit bilangan	23546	
Meminta orang lain juga menuliskan 5 digit bilangan	67831	
Anda lagi menuliskan 5 digit bilangan	32168	}
Meminta orang lain lagi menuliskan 5 digit bilangan	47521	
Terakhir anda lagi menuliskan 5 digit bilangan	<u>52478</u>	}
Jumlahkan	<b>223544</b>	

Gimana asyik dan menakjubkan bukan? dengan permainan ini, jika anda bisa mengaplikasikannya kepada siswa anda di sekolah tentu mereka akan merasa senang dan salut kepada anda. Inilah yang disebut matematika rekreasi, yaitu belajar matematika sambil bermain.



### 3. Penjumlahan Bersusun 7

Anda tuliskan 5 digit bilangan	23546
Meminta orang lain juga menuliskan 5 digit bilangan, selanjutnya	67831
Anda lagi menuliskan 5 digit bilangan, kemudian	32168
Meminta orang lain lagi menuliskan 5 digit bilangan	47521
Anda lagi menuliskan 5 digit bilangan, kemudian	52478
Meminta orang lain sekali lagi menuliskan 5 digit bilangan, dan	79536
Terakhir anda menuliskan 5 digit bilangan	<u>20463</u> 
Jumlahkan	<b>323543</b>

### 4. Penjumlahan Bersusun sampai n Bilangan (Bentuk Matematis sebagai kunci Rahasia)

Secara matematis, kita dapat menuliskannya yaitu sebagai berikut: misal: baris yang akan kita buat sebanyak  $n$ . Kita dapat membentuk baris tersebut dalam suatu barisan aritmatika, dimana seperti yang telah dijelaskan sebelumnya bahwa minimal baris yang dapat kita buat adalah 1 baris sampai baris ke  $n$ , dimana beda dari baris yang satu dengan yang lainnya adalah 2, dengan demikian barisan aritmatika yang kita bentuk adalah 1, 3, 5, 7, 9... $n$ , dimana 1 adalah suku pertama, 3 suku kedua, 5 suku 3 dan seterusnya sampai suku ke  $n$ . sehingga rumus mencari suku ke  $n$  adalah  $U_n = a + b(n-1)$ .

Begitu juga sebaliknya dengan bilangan yang akan ditambahkan dan yang dikurangkan pada barisan yang terbentuk sesuai dengan ketentuan sebelumnya bahwa jika terdiri dari 1 baris, maka ditambah dan dikurangi 0, jika terdiri dari 3 baris, maka ditambah dan dikurangi 1, jika terdiri dari 5

baris, maka ditambah dan dikurangi 2, dan seterusnya sampai bilangan ke n dengan beda tiap bilangan satu dengan lainnya adalah 1. Dimana kemudian kita dapat membentuk barisan aritmatikanya adalah 0, 1, 2, 3, 4, .....n. Sehingga rumus untuk mencari suku ke n adalah  $U_n = a+b (n-1)$ .

Dari kedua rumus suku ke n diatas kita dapat membentuk sebuah kolaborasi dimana untuk membuat bentuk matematis secara umum, namun sebelum itu terlebih dahulu kita harus memberikan ciri berbeda untuk dapat mengklasifikasikan masing-masing rumus suku ke n tersebut, yaitu:

1, 3, 5, 7, 9,.....n (Baris)

$U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, \dots, U_n$

0, 1, 2, 3, 4, .....n (bilangan di +, dan di -)

$U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, \dots, U_n$

Diman  $U_n$  adalah rumus membuat baris ke n, dan  $U_n$  adalah rumus mencari bilangan yang ditambahkan dan dikurangkan sampai ke n bilangan sesuai banyaknya baris yang dibentuk

Contoh:

Berapa bilangan yang akan ditambahkan dan dikurangkan jika ingin membuat penjumlahan aneh tapi nyata yang terdiri dari 7 baris/susunan (penjumlahan bersusun tujuh).

Jawab:

Diketahui bahwa suku pertama dari bilangan yang ditambahkan dan dijumlahkan adalah  $a = 0$ , dan beda  $b = 1$ , kemudian 7 baris merupakan suku keempat dari baris yang

dibentuk,  $n = 4$ , maka kita dapat menentukan suku keempat dari bilangan yang ditambahkan dan dikurangkan dengan rumus  $Unb = a + b (n-1) = 0 + 1 (4-1) = 0 + 3 = 3$ , sehingga dengan demikian kita dapat menentukan bahwa bilangan yang ditambahkan dan dikurangkan adalah  $= 3$ .

Begitu juga sebaliknya apabila ditanya, berapa baris yang dibentuk jika bilangan yang ditambahkan dan dikurangkan  $= 5 \dots$ ?

Jawab:

Diketahui bahwa 5 merupakan suku keenam dari bilangan yang ditambahkan dan dikurangkan  $n = 6$ , suku pertama dari baris yang akan dibentuk adalah  $a = 1$ , beda  $b = 2$ , maka kita dapat menentukan suku keenam dari baris yang dibentuk dengan rumus  $Una = a + b (n-1) = 1+2 (6-1) = 1 + 2.5 = 11$ , sehingga dengan demikian kita dapat menentukan bahwa baris yang dibentuk adalah 11 baris/susunan (penjumlahan bersusun 11).

## **D. Menjawab Banyak Pertanyaan dengan Satu Jawaban**

### **1. Menjawab dengan Satu Jawaban 7**

Eksak dan fantastic, berbau mistis dan menyenangkan. Itulah pandangan dan kata-kata dari para konsumen matematika khususnya mathemagic. Kadang-kadang tanpa kita sadari kita terpikat dalam hal yang seperti itu. Hal yang demikian tentu tidak asing lagi bagi kita penggemar mathemagic. Seringkali kita menonton TV yang menayangkan permainan tersebut, dengan tujuan kita ingin mendapat bagian kehidupan yang terhias

dengan senyum indah dan canda tawa banyak orang. Berusaha melepaskan beban kesedihan dengan cara yang mengasyikkan tersebut adalah hal yang luar biasa.

Setiap orang pasti punya keinginan untuk menghibur dan dihibur. Layaknya transaksi jual beli. Setiap yang terlibat sama-sama ingin diuntungkan. Ketika kita mampu membuat orang lain bahagia, sebaliknya kebahagiaan mereka akan memancarkan percikan kebahagiaan baru dan yang lebih dahsyat dan indah untuk kita.

Begitulah integrasi kehidupan yang harus kita pahami. Berbeda kemampuan tentu berbeda cara untuk melakukan sesuatu. Mewujudkan hal tersebut tentu sangat sulit bagi kita yang biasa-biasa saja, tapi tentu sangat mudah bagi kita yang luar biasa dengan kemampuan yang kita miliki. Semua sugesti itu ada dalam diri kita, tergantung kita bagaimana mengasah, mencari dan mengaplikasikannya. Pelajarilah *mathemagic* ini dengan baik, Lakukanlah seperti yang anda inginkan sesuai dengan langkah-langkah yang telah kami sajikan dalam buku ini.

Suruhlah orang lain, baik itu siswa, teman atau siapa saja untuk menuliskan bilangan lebih dari sama dengan delapan dan kurang dari sama dengan seratus. Misalkan bilangan itu adalah  $a$ , maka  $8 \leq a \leq 100$ . Intruksikan lagi untuk menjumlahkan bilangan itu dengan 92. Coret bilangan paling depan pada hasil operasi penjumlahan tersebut (apabila terdiri dari dua angka, maka coretlah angka bernilai puluhan, apabila terdiri dari tiga angka, maka coretlah angka yang bernilai ratusan begitu juga seterusnya). Kemudian jumlahkan bilangan yang dicoret dengan bilangan sisanya. Setelah langkah tersebut selesai baru kita kurangkan hasil

operasi penjumlahannya dengan bilangan awal yang kita tulis/kita sebutkan. Lihatlah apa yang terjadi, kita akan mendapatkan suatu bilangan yang konstan yaitu 7.

Dari bilangan tersebut kita dapat menjawab banyak pertanyaan “berapa hasil akhir yang didapatkan oleh setiap orang dengan beberapa bilangan yang berbeda?” dengan satu jawaban yaitu 7.

Perhatikan dan pelajarilah beberapa contoh berikut untuk mempermudah anda mempelajari, memahami dan menguasai mathemagic ini.

### Contoh 1.

<b>(Instruksi)</b>	<b>(Representasi)</b>
Apa yang kita katakan	apa yang orang lain tulis
Tuliskan 2 digit bilangan dari 8 sampai 100!	10
Tambahkan dengan 92!	$10 + 92 = 102$
Coretlah angka paling depan (angka ratusan)!	$\pm 0 2$
Tambahkan ke sisanya yang tidak dicoret!	$1 + 02 = 3$
Kurangkan hasilnya dari bilangan semula!	$10 - 3 = 7$

### Perhatikan contoh 2

<b>(Instruksi)</b>	<b>(Representasi)</b>
Apa yang kita katakan	apa yang orang lain tulis
Tuliskan 2 digit bilangan dari 8 sampai 100!	45
Tambahkan dengan 92!	$45 + 92 = 137$
Coretlah angka paling depan (angka ratusan)!	$\pm 3 7$
Tambahkan ke sisanya yang tidak dicoret!	$1 + 3 7 = 38$
Kurangkan hasilnya dari bilangan semula!	$45 - 38 = 7$

Lihatlah apa yang terjadi? sungguh menakjubkan dan menyenangkan bukan?.

Sekali lagi perhatikan contoh ke 3 untuk membuat kita semakin yakin dan percaya bahwa mathemagic ini benar-benar indah dan dapat mengubah selera serta raut wajah kita kelihatan cerah dan bahagia.

Perhatikan contoh 3 berikut ini;

**(Intruksi)**

**(Representasi)**

Apa yang kita katakan

apa yang orang lain tulis

Tuliskan 2 digit bilangan dari 8 sampai 100!

70

Tambahkan dengan 92!

$70 + 92 = 162$

Coretlah angka paling depan (angka ratusan)!

$\cancel{+} 62$

Tambahkan ke sisanya yang tidak dicoret!

$1 + 62 = 63$

Kurangkan hasilnya dari bilangan semula!

$70 - 63 = 7$

Dari beberapa contoh yang telah kami sajikan, kita dapat menyimpulkan bahwa apabila kita melakukan intruksi seperti yang telah kita ajarkan dalam buku ini dengan operasi penjumlahan dan pengurangan, maka hasil akhirnya adalah konstan yaitu 7.

Bisakan langkah tersebut kita tulis dalam bentuk matematis.....? kami katakan bisa. Dan tidak ada sesuatu yang tidak bisa jika kita mau berusaha sampai Tuhan memberikan kepastian jawaban dari apa yang kita kerjakan. Kita tidak pantas menentukan sesuatu yang bukan sepantasnya kita menentukannya. Hanya hak dan monopoli Tuhan untuk menentukan kita bisa, berhasil atau tidak? kita hanya bisa berusaha, berusaha dan berdoa.

Dengan mathemagic yang telah kami sajikan sebelumnya, tentu anda dapat melakukannya atau mengaplikasikannya kepada

orang lain, untuk dijadikan objek pertunjukan mathemagic yang anda lakukan. Selain itu anda juga dapat mengkreasi mathemagic tersebut sesuai dengan gaya (action) yang anda miliki. Misalnya, dalam bentuk pertunjukan layaknya pesulap profesional.

Sebelum anda memulai pertunjukan mathemagic anda, terlebih ahulu anda harus siap segala hal baik mental, fisik dan taktik jitu untuk membuat mereka kagum pada apa yang anda lakukan. Hal yang urgen yang perlu anda siapkan yaitu selembar kertas bertuliskan satu digit bilangan 7, dilipat kemudian diletakkan didalam dompet atau dalam saku anda, pokoknya harus dirahasiakan jangan sampai ada yang tahu biar trik-trik anda tidak mudah terbaca atau diketahui oleh penonton.

Setelah itu mulailah anda menunjukkan keahlian yang anda miliki pada mereka. Misalkan pada siswa anda sebelum anda memulai memberikan palajaran/materi matematika.

Ingin tahu caranya....? Begini, Intruksikan pada seluruh siswa anda untuk menuliskan dua digit bilangan yang paling mereka sukai dari 8 sampai 100 ( $8 \leq n \leq 100$ ), so pasti bilangan yang ditulis diusahakan berbeda siswa yang satu dengan lainnya tidak boleh diketahui oleh siapapun. Kemudian intruksikan untuk menjumlahkan bilangan yang ditulis dengan dua digit bilangan yaitu 92. Kemudian lagi intruksikan pada siswa anda untuk mencoret satu digit bilangan yang bernilai ratusan pada hasil operasi penjumlahan tersebut. Nah baru kemudian intruksikan untuk menjumlahkan bilangan yang dicoret dengan bilangan sisanya. Setelah itu hasilnya dikurangkan dengan bilangan mula-mula yang telah ditulis. Tanpa berpikir panjang anda usahakan dian sejenak, lalu pelan-pelan anda mengambil kertas yang ada

didalam saku atau dompet anda. Setelah itu tunjuklah salah satu murid anda dimana kemudian dengan suara dan gaya yang meyakinkan, segeralah anda mengatakan bahwa hasil akhir yang ada pada tersebut adalah sama dengan bilangan yang ada pada kertas yang anda pegang.

Dari fenomena tersebut dipastikan akan memunculkan banyak pertanyaan dari siswa anda, kok bisa? Dari mana? padahal bapak/ibu menulis bilangan sebelum kami menulis dan anehnya lagi bapak/ibu tidak tahu bilangan yang kami tulis, kenapa bisa sama...?, tentu hal tersebut mengundang rasa penasaran, rasa keingintahuan dan perhatian banyak siswa. Sungguh aneh bukan?

Mathemagic memang aneh tapi nyata, menggugah selera dan menambah lebih semangat belajar matematika.

## **2. Menjawab dengan satu Jawaban 15**

Mathemagic berikut merupakan mathemagic yang satu golongan dengan mathemagic sebelumnya. Karena langkah-langkahnya adalah sama, hanya berbeda jawaban yang diinginkan. Mathemagic ini merupakan mathemagic yang berfungsi menjawab beberapa pertanyaan dengan satu jawaban 15. Batas intruksi yang harus kita ajukan pada orang lain yang berfungsi sebagai objek dapat kita mulai dari angka 20 sampai 110. Batasan ini bukanlah batasan yang sebenarnya, ini hanya merupakan trik untuk memanipulasi orang lain agar rahasia mathemagic tersebut tetap terjaga. Batasan intruksi sebenarnya adalah dimulai dari angka 16 sebagai batas minimum sampai dengan angka 115 sebagai batas maksimum. Dengan catatan digit bilangan yang ditambahkan kesemua digit bilangan yang dipilih atau dituliskan oleh orang



lain adalah 84. Untuk lebih jelasnya, kunci rahasia akan diungkap dan dijelaskan dalam bentuk matematis general formula di sub berikutnya.

Perhatikan dan pelajari beberapa contoh berikut ini untuk mempermudah anda untuk mempelajari, memahami dan menguasai mathemagic ini;

### Contoh 1

#### (Intruksi)

Apa yang kita katakan

Tuliskan 2 digit bilangan dari 20 sampai 100!

Tambahkan dengan 84!

Coretlah angka/digit ratusannya!

Tambahkan ke sisanya yang tidak dicoret!

Kurangkan hasilnya dari bilangan semula!

#### (Representasi)

apa yang orang lain tulis

53

$53 + 84 = 137$

$+ 37$

$1 + 37 = 38$

$53 - 38 = 15$

### Perhatikan contoh 2

#### (Intruksi)

Apa yang kita katakan

Tuliskan 2 digit bilangan dari 20 sampai 100!

Tambahkan dengan 84!

Coretlah angka/digit ratusannya!

Tambahkan ke sisanya yang tidak dicoret!

Kurangkan hasilnya dari bilangan semula!

#### (Representasi)

apa yang orang lain tulis

74

$74 + 84 = 158$

$+ 58$

$1 + 58 = 59$

$74 - 59 = 15$

Lihatlah apa yang terjadi? Sungguh menakjubkan dan mengasyikkan bukan?

Sekali lagi perhatikan contoh ke 3 untuk membuat kita semakin yakin dan percaya bahwa mathemagic ini benar-benar

indah dan dapat mengubah selera serta raut wajah kita kelihatan cerah dan bahagia.

Perhatikan contoh 3 berikut ini;

**(Instruksi)**

**(Representasi)**

Apa yang kita katakan

apa yang orang lain tulis

Tuliskan 2 digit bilangan dari 20 sampai 100!

90

Tambahkan dengan 84!

$90 + 84 = 174$

Coretlah angka/digit ratusannya!

$\pm 74$

Tambahkan ke sisanya yang tidak dicoret!

$1 + 74 = 75$

Kurangkan hasilnya dari bilangan semula!

$90 - 75 = 15$

Dari beberapa contoh yang telah kami berikan, tentu anda dapat menyimak dan merasakan betapa indah dan menyenangkan matematika yang selama ini kita anggap sebagai mata pelajaran sekolah yang sangat membosankan dan menakutkan.

### 3. Menjawab dengan Satu Jawaban 25

Sangat tidak heran apabila banyak dari beberapa kalangan dan bahkan masyarakat Indonesia terkagum-kagum bahkan tergila-gila dengan aksi atau penampilan joe sandy sang pesulap profesional yang tidak luput dari permainan angka-angka matematika, dimana beliau seringkali kita panggil dengan sebutan *the master of number*. Karena selain menambah wawasan, dapat juga memunculkan ide-ide dan gagasan baru serta menjadi hiburan jiwa yang dapat memunculkan tawa indah bagi setiap orang. Oleh sebab itu, dalam buku ini, kami selalu memberikan dan menyajikan mathemagic yang lebih menggugah hati anda.

Dengan maksud dan tujuan untuk berbagi ilmu, pengalaman dan kebahagiaan.

Dalam bab ini kami akan sajikan mathemagic seperti sebelumnya, akan tetapi sedikit ada perbedaan sebagai ciri khusus dalam mathemagic tersebut. Kami sajikan beberapa langkah dan contoh untuk mengaplikasikannya, agar lebih mudah anda mengaplikasikannya. Dan tentu kami juga menyajikan langkah-langkah tersebut dalam bentuk matematisnya, sehingga anda lebih mudah mengkreasi mathemagic ini lebih inovatif berbeda dengan bilangan seperti yang kami sajikan dalam contoh. Dengan demikian siswa/orang lain yang menyaksikannya tidak merasa bosan dengan permainan anda, karena bilangan yang anda gunakan tidak tetap (konstan).

### Contoh 1

#### (Intruksi)

#### (Representasi)

Apa yang kita katakan

apa yang orang lain tulis

Tuliskan 2 digit bilangan dari 50 sampai 100!

65

Tambahkan dengan 74!

$65 + 74 = 139$

Coretlah angka/digit ratusannya!

$139$

Tambahkan ke sisanya yang tidak dicoret!

$1 + 39 = 40$

Kurangkan hasilnya dari bilangan semula!

$65 - 40 = 25$

Lihatlah apa yang terjadi, sungguh sangat menakjubkan bagi kita. Tentu anda sangat tertarik untuk mempelajarinya bukan?

Berikut contoh lagi untuk membuat anda semakin paham.

## Contoh 2

### (Intruksi)

Apa yang kita katakan

Tuliskan 2 digit bilangan dari 50 sampai 100!

Tambahkan dengan 74!

Coretlah angka/digit ratusannya!

Tambahkan ke sisanya yang tidak dicoret!

Kurangkan hasilnya dari bilangan semula!

### (Representasi)

apa yang orang lain tulis

75

$75 + 74 = 139$

$\pm 49$

$1 + 49 = 50$

$75 - 50 = 25$

Berikut contoh selanjutnya. Perhatikan dengan baik dan seksama agar mudah anda pahami.

## Contoh 3

### (Intruksi)

Apa yang kita katakan

Tuliskan 2 digit bilangan dari 50 sampai 100!

Tambahkan dengan 74!

Coretlah angka/digit ratusannya!

Tambahkan ke sisanya yang tidak dicoret!

Kurangkan hasilnya dari bilangan semula!

### (Representasi)

apa yang orang lain tulis

80

$80 + 74 = 154$

$\pm 54$

$1 + 54 = 55$

$80 - 55 = 25$

Dari beberapa contoh yang telah kami sajikan tersebut, dimaksudkan agar anda lebih mudah mempelajari buku ini dan dapat mengaplikasikannya dengan sangat maksimal.

Selain itu, kami juga menuliskan langkah-langkah tersebut dalam bentuk matematis agar anda bisa mengkreasi sendiri sesuai dengan yang anda inginkan, sehingga audience (penonton) yang menyaksikannya menganggap mathemagic anda sebagai hal yang luar biasa (*wonderfull*). Dikarenakan terus menerus berubah dan

kelihatan baru dan memberikan daya tarik tersendiri dan sangat mengasyikkan bagi setiap orang.

Sejauh mana kita berfikir, tentu kita akan dapat memunculkan ide-ide baru yang sangat jitu yang inovatif untuk memodifikasi dan mengkreasi penyajian mathemagic sesuai dengan langkah yang telah diberikan, sehingga membuat orang lain terlena, terkesima dan merasa asyik dengan pertunjukan kita. Dalam hal ini, kami akan memberikan sedikit gambaran dan langkah praktis untuk memaksimalkan permainan kita sesuai dengan apa yang kita inginkan. Pelajarilah langkah-langkah berikut ini.

Sebelum anda memulai permainan tersebut, terlebih dahulu anda harus mempersiapkan peralatan yang dibutuhkan. Misalnya peralatan seperti berikut ini:

Getah pohon jarak, dan korek api.

Tuliskan pada lengan kita bilangan 25 dengan getah jarak tersebut, Kemudian biarkan sampai kering meresap pada kulit kita.

Nah, setelah itu kita baru bisa memulai, untuk memberikan intruksi pada teman atau siswa kita atau siapa saja untuk menuliskan digit bilangan dari 50- 100 ( $50 \leq n \leq 100$ ) Sesuai pada langkah yang telah kami sajikan sebelumnya begitu juga dalam bentuk contoh.

Setelah itu intruksikan kepada mereka untuk menutup hasil akhirnya jangan sampai diketahui teman yang lainnya (rahasia), kemudian kita lanjutkan untuk membakar kertas lalu abunya kita oleskan pada lengan yang telah diberi getah pohon jarak tersebut. Langkah selanjutnya adalah mengatakan bahwa hasil akhir yang ada pada setiap siswa adalah sama yaitu 25. Dari jawaban tersebut

tentu siswa akan merasa kaget dan heran dengan permainan kita. Dan tidak menutup kemungkinan mereka akan bertanya” dari mana bapak/ibu tahu?Dan bagaimana caranya?” Nah, pertanyaan itu kita bisa jawab dengan “kami tahu karena kami melihat lengan kami dan bertuliskan dua digit bilangan yaitu 25”. Kemudian dengan gaya kita, agar mereka semakin percyadengan itu, tunjukkan lengan kita!Terbukti bukan.....?

Dari hal atau kejadian tersebut kita bisa memotivasi mereka untuk lebih semangat belajar matematika dan dapat menunjukkan bahwa matematika itu asyik dan menyenangkan. Tidak sesulit apa yang mereka pikirkan. Matematika itu luar biasa, eksak tetapi mengandung rahasia yang indah jika kita mengetahuinya. Hampir semua yang kita alami dalam kehidupan kita. Tidak luput dari matematika yang terstruktur dengan baik dan benar yaitu hitung menghitung. Oleh sebab itu, senangilah matematika dan pelajailah sesuai dengan kemauan, Kesenangan dan kemampuan kita. Tidak ada yang sulit dalam matematika jika kita mau berusaha dan punya target yang ingin kita capai.

#### **4. Menjawab dengan Satu Jawaban yang Kita Inginkan (Bentuk Matematis)**

Berbagai contoh yang telah kami sajikan dalam bab sebelumnya hanyalah sebagai pengantar alur pemikiran anda untuk lebih kreatif dan inovatif terhadap matematika. Memberikan pandangan (*Positif perspektif*) bahwa matematika adalah salah satu ilmu pengetahuan yang eksak dan sangat menarik bilamana kita pandai mengolah atau mengkreasi sesuai dengan keinginan dan gaya kita.

Beberapa yang perlu kita pahami kembali bahwa ruang lingkup matematika itu sendiri sangat luas, begitu juga dengan pemikiran kita. Contoh yang kami berikan bukanlah sebagai contoh permanen yang tabu yang harus dipelajari dan dikonsumsi oleh setiap orang khususnya pembaca yang budiman, tetapi kita bisa mengkreasi dengan lebih baru sehingga para audience pemula dan penikmat mathemagic menjadi lebih antusias.

Dengan begitu kita bisa dikatakan telah mempunyai mathematical power, karena apa yang telah kita lakukan merupakan implementasi dari 5 skill yang kita miliki dalam mempelajari matematika, diantaranya yaitu:

*Mathematical commutation, mathematical reasoning, mathematical connection, dan positif attitudes toward mathematics.*

Berikut beberapa trik kongkret yang akan mengantarkan dan menjembatani pemikiran anda untuk lebih mudah memahami mathemagic menjawab banyak pertanyaan dengan satu jawaban.

- Langkah pertama, tentukan suatu bilangan terdiri satu angka yang akan dijadikan sebagai jawaban konstan untuk menjawab banyak pertanyaan tersebut. Misalkan anda ingin mengambil jawaban constant 1, 8, dan 25 (terserah anda, ini hanya sebagai contoh).
- Langkah kedua, menentukan interval/batasan agar mendapat bilangan konstan yang diharapkan pada langkah pertama. Misalnya anda ingin mengambil jawaban konstan 1, maka interval yang harus anda buat adalah penyebutan bilangan yang diintruksikan harus dimulai dari 2 sampai 100 ( $2 \leq n \leq 100$ ) dan bilangan yang disebutkan tersebut harus ditambahkan

dengan sembilan puluh delapan 98 dimana bilangan 98 adalah pengurangan dari 100-2. Sehingga  $nm + sk = 100$ , dimana  $nm$  interval minimum penyebutan sebarang bilangan  $n$ , dan  $s$  adalah sisa atau hasil pengurangan 2 dari 100 yang mana setiap menyebutkan bilangan  $n$  harus ditambahkan dengan  $sk$ .

- Langkah ketiga, menentukan batasan bilangan konstan, kita misalkan bilangan tersebut =  $k$ , yang ingin anda buat sebagai jawaban, yaitu batasan paling bawah adalah 0 dan paling atas 99 ( $0 \leq k \leq 99$ ).
- Langkah terakhir, lakukanlah seperti pada langkah-langkah yang telah kami berikan.

Berikut contoh 1 yang kami sajikan untuk anda.

Misalnya kita menginginkan bilangan satu sebagai jawaban.

**(Instruksi)**

**(Representasi)**

Apa yang kita katakan

apa yang orang lain tulis

Sebutkan bilangan dari 2 sampai 100!

9

Tambahkan dengan 98!

$9 + 98 = 107$

Coretlah angka ratusannya!

$\downarrow 07$

Tambahkan dengan sisanya!

$7 + 1 = 8$

Kurangkanlah hasilnya dengan bilangan semula!

$9 - 8 = 1$

Sesuai dengan langkah tersebut kita akan mendapat hasil akhir bilangan konstan 1.

Dari contoh diatas dan beberapa contoh sebelumnya yang telah kami sajikan untuk anda, anda bisa membuat sendiri bilangan konstan yang ingin dijadikan jawaban, tanpa harus terus



menerus menyajikan contoh yang kami berikan, agar mathemagic ini tidak mengalami stucknansi dan membosankan bagi setiap orang karena tidak ada perubahan hasil akhir atau bilangan konstan sebagai jawaban.

Benarkah bahwa hasil akhir atau bilangan yang ingin dijadikan jawaban minimal 1 dan maksimal 99.....?

Lihat dan pelajarilah contoh berikut:

Misalnya anda menginginkan bilangan 0 sebagai hasil akhir atau bilangan yang ingin dijadikan sebagai jawaban permainan mathemagic anda.

**(Intruksi)**

**(Representasi)**

Apa yang kita katakan

apa yang orang lain tulis

Sebutkan bilangan dari 1 sampai 100

1

Tambahkan dengan 99

$1 + 99 = 100$

Coretlah angka ratusannya

$\pm 0 0$

Tambahkan dengan sisanya

$0 + 1 = 1$

Kurangkanlah hasilnya dengan bilangan semula

$1-1=0$

Sesuai dengan langkah tersebut kita akan mendapatkan hasil akhir bilangan konstan 0 sekaligus sebagai batasan jawaban minimal. Sebagai perbandingan, misal kita menyebutkan bilangan kurang dari satu, dimana ketentuan ini keluar dari trik yang kami berikan. Apakah bisa menghasilkan jawaban konstan berupa bilangan bulat positif.....?

Misalnya anda menginginkan bilangan 99 sebagai hasil akhir atau bilangan yang ingin dijadikan sebagai jawaban permainan mathemagic anda.

**(Intruksi)**

Apa yang kita katakan  
 Sebutkan bilangan dari 1 sampai 100  
 Tambahkan dengan 0  
 Coretlah angka ratusannya  
 Tambahkan dengan sisanya  
 Kurangkanlah hasilnya dengan bilangan semula

**(Representasi)**

apa yang orang lain tulis  
 100  
 $100 + 0 = 100$   
 $\pm 00$   
 $0 + 1 = 1$   
 $100 - 1 = 99,$

**Catatan:**

- Sesuai dengan langkah tersebut kita akan mendapatkan hasil akhir bilangan konstan 99 sekaligus sebagai batasan jawaban maksimal.
- Jika kita menyebutkan bilangan kurang dari satu, ini keluar dari trik yang kami berikan, trik kami tidak berfungsi,
- Jadi interval bilangan yang paling rendah untuk kita jadikan jawaban adalah nol dan yang paling tinggi adalah 99 ( $0 \leq j \leq 99$ ) dengan penyebutan bilangan paling rendah yang diintruksikan kepada uadience adalah satu dan paling tinggi adalah seratus ( $1 \leq n \leq 100$ ).

**E. Konstruksi Rumus Umum (*General Formula*)**

Rumus umum adalah untuk mencari satu jawaban yang kita inginkan dari penyebutan bilangan 1-100. Begitu juga sebaliknya dapat digunakan untuk mencari berapa digit bilangan yang harus ditambahkan terhadap digit bilangan yang dipilih atau dituliskan oleh orang lain setelah hasil yang kita inginkan diketahui terlebih dahulu.

Misalnya:

$K$  = Bilangan konstan yang kita inginkan sebagai jawaban.

$X$  = Digit bilangan yang orang lain tuliskan/pikirkan.

$Z$  = Digit bilangan yang ditambahkan.

FORMULA:  $Z = X - (X+Z-100+1)$

Contoh: jika semua bilangan yang dipikirkan/ditulis orang lain ditambahkan 92, maka berapakah bilangan konstan yang digunakan sebagai jawaban untuk menjawab banyak pertanyaan?

Diket:

$X$  = Bilangan yang dipikirkan/ditulis orang lain

$Z = 92$

Jawab:

$$K = X - (X+Z-100+1)$$

$$K = X - (X+92+100-1)$$

$$K = X - X - 92 + 100 - 1$$

$$K = 100 - 93$$

$$K = 7$$

Jadi, bilangan konstan yang kita inginkan sebagai jawaban adalah 7. Atau sebaliknya,

Contoh: berapa bilangan yang harus ditambahkan pada bilangan yang dipikir/ditulis oleh orang lain agar mendapatkan bilangan konstan 5?

Diket:

$$K = 5$$

$X$  = Bilangan yang dipikirkan/ditulisikan orang lain.

$Z$  = Bilangan yang ditambahkan

Jawab:

$$K = X - (X+Z-100+1)$$

$$5 = X - X - Z + 100 - 1$$

$$5 = 100 - 1 - Z$$

$$5 - 100 + 1 = -Z$$

$$-94 = -Z$$

$$94 = Z$$

$$Z = 94$$

Jadi, digit bilangan yang ditambahkan adalah 94.

Formula untuk mencari bilangan konstan atau bilangan yang ditambahkan pada dua digit bilangan yang dipikirkan.

Contoh:

$K$  = Bilangan konstanta yang diinginkan

$XY$  = Digit bilangan yang dipikirkan/ditulisikan orang lain.

$Z$  = Digit bilangan yang ditambahkan.

Maka,

$$K = XY - (XY + Z - 100 + 1)$$

Contoh: jika semua bilangan yang dipikirkan/ditulisikan orang lain ditambahkan 73, maka berapakah bilangan konstan yang digunakan sebagai jawaban untuk menjawab banyak pertanyaan?

Diket:

$XY =$  Bilangan yang dipikirkan/ditulisikan orang lain.

$$Z = 73$$

Jawab:

$$K = XY - (XY + Z - 100 + 1)$$

$$K = XY - (XY + 73 - 100 - 1)$$

$$K = XY - XY - 73 + 100 - 1$$

$$K = 100 - 74$$

$$K = 26$$

Jadi, bilangan konstan yang kita inginkan sebagai jawaban adalah 26. Atau sebaliknya,

Contoh: Berapa bilangan yang harus ditambahkan pada bilangan yang dipikir/ditulisikan oleh orang lain agar mendapat bilangan konstan 15?

Diket:

$$K = 15$$

$X =$  Bilangan yang dipikirkan/ditulisikan orang lain

$Z =$  Bilangan yang ditambahkan

Jawab:

$$K = XY - (XY + Z - 100 + 1)$$

$$15 = XY - XY - Z + 100 - 1$$

$$15 = 100 - 1 - Z$$

$$15 - 100 + 1 = -Z$$

$$-84 = -Z$$

$$84 = Z$$

$$Z = 84$$

Jadi, digit bilangan yang ditambahkan pada semua bilangan yang dipikirkan/atau dituliskan orang lain adalah 94.<sup>6</sup>

Untuk menambah wawasan dan pemahaman anda dalam mempelajari mathemagic ini, berikut kami sajikan beberapa latihan yang bisa anda coba sendiri.

Soal latihan:

1. Jika Rudi menuliskan dua digit bilangan yaitu 25, maka bilangan berapakah yang harus ditambahkan terhadap dua digit bilangan yang dituliskan oleh Rudi agar mendapat nilai konstan 9?

Jika semua bilangan yang dipikirkan atau dituliskan oleh banyak orang ditambahkan dengan 89, maka berapakah bilangan konstan yang dihasilkan.

Berapakah interval minimum dan maksimum sebarang bilangan yang harus dituliskan atau dipikirkan oleh orang dan bilangan berapakah yang harus ditambahkan untuk menghasilkan bilangan konstan 59, dan b?

---

6 Ibid., 38

## 5. Menebak Digit Bilangan yang Disembunyikan Orang Lain

Matematika merupakan aturan kehidupan yang terstruktur secara matematis. Dalam kehidupan, selain eksak sebenarnya banyak terdapat hal aneh dalam bilangan matematika. Dengan penyusunan angka (digit) yang diberikan sebagai syarat atau ketentuan akan menjadikan teka-teki atau permainan mathemagic yang sangat asyik dalam mempelajari matematika. Dimana kemudian dirancang dan dimaksudkan untuk memotivasi dan memelihara minat siswa terhadap matematika.

Dalam hal ini, tentu semakin besar peran guru terhadap perkembangan mental, dan skill siswa disekolah karena dituntut untuk sedikit lebih fleksibel dan modern dalam metode menyajikan pelajaran matematika terhadap siswa. Peran aktif dan sikap menyenangkan guru akan memberikan motivasi yang sangat besar terhadap siswa untuk mempelajari matematika yang mana selama ini menjadi problem berat bagi siswa secara global.

Mathemagic adalah solusi cerdas dan efektif untuk mengatasi berbagai masalah pembelajaran matematika pada siswa. Dengan metode yang sangat efektif dan menyenangkan dimulai dari konsep dasar hingga lanjut mathemagic mengajarkan dengan cara yang benar sesuai dengan tahap perkembangan dan kesenangan siswa. Selain itu mathemagic menumbuh kembangkan konsep diri positif dan sangat menentukan keberhasilan siswa dalam mempelajari matematika sekaligus bisa mengaplikasikannya dalam kehidupan untuk memberikan kebahagiaan kepada orang lain dan mendapatkan kebahagiaan dari orang lain.

Dengan berbagai keanehan yang disajikan mathemagic ini, anda akan bisa memenuhi tuntutan zaman, dapat memberikan pencerahan terhadap siswa dan dapat meluruskan sejarah

matematika yang menakutkan bagi setiap orang yang sampai sekarang membuat siswa  $\pm 70\%$  kurang menyukai pelajaran matematika.

Berikut ini mathemagic yang akan kami sajikan dan kami berharap anda mempelajarinya sampai penguasaan yang dalam dan dapat mengaplikasikannya terhadap siswa, orang lain dan lain sebagainya.

**(Instruksi)**

**(Representasi)**

Apa yang kita katakan

apa yang orang lain tulis

Tuliskan sebarang bilangan berbeda dua digit!

14

Balik urutan digitnya!

41

Kurangkan dua digit bilangan yang nilainya lebih kecil

dari dua digit bilangan yang nilainya lebih besar!

$41 - 14 = 27$

Sembunyikan satu digit bilangan dari hasilnya!

?

Sebutkan sisanya (yang tidak disembunyikan)!

7

Kemudian dengan cepat anda menebak/mengatakan bahwa bilangan yang disembunyikan adalah 2, anda tahu mengapa.....? Karena  $9 - 7 = 2$ . Mengapa demikian.....? tentu anda semakin penasaran bukan.....? jangan khawatir kami akan sajikan banyak contoh untuk menjawab pertanyaan anda, agar tidak penasaran, tidak bingung dan tentu yang paling penting agar anda bisa ketika ditanya siswanya dengan kata” kok bisa”.....?



Berikut contoh selanjutnya dengan 3 digit bilangan berbeda.

**(Intruksi)**

Apa yang kita katakan

**(Representasi)**

apa yang orang lain tulis

Tuliskan sebarang bilangan berbeda 3 digit!	731
Balik urutan digitnya!	137
Kurangkan dua digit bilangan yang nilainya lebih kecil dari tiga digit bilangan yang nilainya lebih besar!	$731-137=594$
Sembunyikan satu digit bilangan dari hasilnya!	? misal 5
Sebutkan sisanya (yang tidak disembunyikan)!	94

Kemudian dengan cepat anda menebak/mengatakan bahwa bilangan yang disembunyikan adalah 5. Karena  $18-9-4=5$ , sangat mudah bukan, akan tetapi kunci jawabannya dari penyebutan bilangan 3 digit berubah menjadi 18, padahal sebelumnya penyebutan bilangan sebarang terdiri 2 digit adalah 9. Pelajarilah dan pahami contoh dibawah ini, sampai anda benar-benar menguasai mathemagic ini dengan sempurna.

Contoh menyebutkan 4 digit sebarang bilangan berbeda, meskipun tidak sama semua paling tidak ada 1 atau 2 digit bilangan berbeda.

**(Intruksi)**

Apa yang kita katakan

**(Representasi)**

apa yang orang lain tulis

Tuliskan sebarang bilangan berbeda 4 digit	5132
Balik urutan digitnya	2315
Kurangkan dua digit bilangan yang nilainya lebih kecil dari dua digit bilangan yang nilainya lebih besar.	$5132-2315=2817$
Sembunyikan satu digit bilangan dari hasilnya	? misal 2
sebutkan sisanya (yang tidak disembunyikan)	817

Kemudian dengan cepat anda menebak/mengatakan bahwa bilangan yang disembunyikan adalah 2. Karena  $18-8-1-7=2$ , sangat mudah bukan.....?

Dari beberapa contoh yang telah kami berikan sebelumnya, dan juga berdasarkan pada percobaan yang telah kami lakukan sebelum menulis mathemagic ini dalam bentuk buku, kami menyimpulkan bahwa kunci jawaban dari permainan mathemagic ini adalah sembilan dan kelipatannya.

Beberapa hal yang sangat perlu untuk dipahami bahwa batas minimum penyebutan bilangan sebarang berbeda adalah 2 digit dan batas maksimumnya sampai tak terhingga. Begitu juga hasil akhir yang didapat sebagai kunci jawaban dari permainan mathemagic ini adalah menghasilkan batas minimum bilangan 9 dan batas maksimum adalah kelipatan bilangan sembilan sampai tak terhingga, hal ini terjadi karena hasil akhir mengikuti digit yang disebutkan, semakin banyak digit yang ditentukan maka semakin besar pula kelipatan bilangan sembilan sebagai hasil akhirnya.

Selain itu ada juga beberapa hal yang harus kita ketahui sebelumnya bahwa dalam setiap mathemagic yang kami sajikan ini memiliki kelebihan dan kelemahan. Oleh sebab itu kami akan membahas kelemahannya saja agar anda bisa mempelajari dengan mudah dan mengetahui tingkat kesulitannya.

Hal-hal tersebut antara lain adalah sebagai berikut:

1. Dalam penyebutan sebarang bilangan berbeda yang terdiri dari dua digit/angka, jika dari hasil terakhirnya yang disebutkan 0, maka bilangan satu digit yang disembunyikan adalah 9. Begitu

juga sebaliknya, jika dari hasil terakhirnya yang disebutkan adalah 9, maka bilangan satu digit yang disembunyikan adalah 0.

Dalam penyebutan dua digit bilangan berbeda, hanya ada satu angka nol. Tidak mungkin lebih, jika lebih berarti penyebutan dua digit bilangan tersebut sama.

Dalam penyebutan tiga digit bilangan berbeda biasanya jawaban yang dihasilkan juga terdiri dari tiga digit, atau dua digit dimana satu digitnya adalah 0 yang kemungkinan besar jarang ditulis apabila tidak mempunyai nilai, misalnya terdapat sebelum bilangan lainnya. Contoh:03.09.081, dan seterusnya, dalam hal ini anda harus mengintruksikan pada mereka untuk menyebutkan bilangan nol tersebut agar anda tidak kesulitan menebaknya. Sebab jika tidak disebutkan atau hanya disebutkan satu saja, maka kita kerepotan menyebutkan bilangan yang disembunyikan sebab mempunyai dua kemungkinan dalam benak kita. Hasil akhirnya bisa berjumlah 9 atau 18, karena apabila yang disebutkan 9 bisa saja yang disembunyikan 0, dimana  $0+9=9$ , atau bisa saja juga 9.dimana  $9+9=18$ .

2. Untuk penyebutan 4 digit atau lebih sebarang bilangan tertentu, maka kita bisa menyimpulkan jika hasil akhirnya yang disebutkan jumlahnya lebih dari sembilan, maka bilangan yang disembunyikan adalah delapan belas dikurangi jumlah bilangan yang disebutkan. Begitu juga selanjutnya. Intinya kunci jawabannya adalah jumlah hasil terakhir adalah 9 atau kelipatannya yaitu 18, 27, 36 dan seterusnya.

## F. Memprediksi Angka 1-1 Milyar

Pada trik berikut ini kita akan memainkan angka genap untuk memprediksi angka yang dipikirkan atau angka yang ditulis oleh orang lain, trik-trik ini biasa digunakan oleh pesulap-pesulap handal seperti Rezuki. Memang semua sulap akan kelihatan lebih menarik dan menakjubkan apabila trik yang dipakai tidak diketahui oleh penonton. Kami yakin setelah kami menerangkan terkait trik berikut kalian semua akan berasumsi bahwa pesulap-pesulap itu bukan orang yang bisa membaca pikiran orang dengan ilmu mistik sebagaimana orang-orang terdahulu, akan tetapi memperlakukan angka dengan mengotak-atik rumus yang bagi kita musuh bebuyutan ternyata bisa mendatangkan uang bahkan menjadikan kita orang yang ternama seperti **Joe Sandy**.

Perhatikan intruksi berikut:

1. Pikirkan angka atau tuliskan angka mulai dari 1-1 milyar
2. Kalikan angka tersebut dengan 2
3. Tambahkan dengan bilangan genap mulai dari 1-100
4. Bagilah hasilnya dengan 2
5. Kurangilah hasilnya lagi dengan setengah dari bilangan genap tersebut.

Perhatikan contoh berikut:

### Contoh 1

#### (Instruksi)

Apa yang kita katakan

Pikirkan atau tuliskan angka 1-1 milyar!

Kalikan angka tersebut dengan 2!

Tambahkan dengan 14 (terserah kalian atau orang tersebut)!

Bagilah dengan 2!

Sebutkan hasil akhirnya!

#### (Representasi)

apa yang orang lain tulis

750

$750 \times 2 = 1500$

$1500 + 14 = 1514$

$1514 : 2 = 757$

757

Kita dapat menyebutkan bahwa angka yang dipikirkan atau dituliskan oleh orang tersebut adalah 750 dengan cara kita mengurangi hasil akhirnya dengan setengah dari bilangan genap semula yaitu  $757 - 7 = 750$

### Contoh 2

#### (Instruksi)

Apa yang kita katakan

Pikirkan atau tuliskan angka 1-1 milyar

Kalikan angka tersebut dengan 2

Tambahkan dengan 42 (terserah kalian atau orang tersebut)

Bagilah dengan 2

Sebutkan hasil akhirnya

#### (Representasi)

apa yang orang lain tulis

65

$65 \times 2 = 130$

$130 + 42 = 172$

$172 : 2 = 86$

86

Setelah orang yang kita suruh menyebutkan hasil akhirnya. Dapat kita tebak bahwa angka yang dipikirkan atau dituliskan oleh orang tersebut adalah  $86 - 21 = 65$ .

Dalam penggunaan trik-trik tersebut kita harus lebih berhati-hati dan bahkan bila perlu kita variasikan langkah-langkah yang

di intruksikan. Misalnya pada langkah terakhir kita menambah intruksi untuk mengurangi hasilnya dengan dan setelah itu kita baru mengintruksikan untuk menyebutkan hasilnya. Hal ini bertujuan agar trik-trik kita tidak mudah diketahui oleh orang lain. Sehingga magic yang kita miliki tetap terjaga dan tetap membuat orang lain semakin penasaran, terheran dan menakjubkan.

Perhatikan contoh berikut!

(Intruksi)	(Representasi)
Apa yang kita katakan	apa yang orang lain tulis
Pikirkan atau tuliskan angka 1-1 milyar!	2000
Kalikan angka tersebut dengan 2!	$2000 \times 2 = 4000$
Tambahkan dengan 50 (terserah kalian atau orang tersebut)!	$4000+50=4050$
Bagilah dengan 2!	$4050:2=2025$
Kurangilah hasilnya dengan 15!	$2025-15=2010$
Sebutkan hasil akhirnya!	2010

Setelah orang yang kita suruh menyebutkan hasil akhirnya. Dapat kita tebak bahwa angka yang dipikirkan atau dituliskan oleh orang tersebut adalah  **$2010-10=2000$** .

Namun trik ini tidak hanya pada contoh-contoh tersebut, untuk lebih memahaminya kami akan membuat general formulanya. Sehingga akan kita ketahui disegmen mana kita mempermainkan angka sehingga dari satu trik ini kita akan menemukan seribu cara untuk menebak pikiran orang lain dengan menggunakan rumus matematika.

Perhatikan langkah-langkah berikut:

### Rumus Umum (*General Formula*)

#### (Intruksi)

Apa yang kita katakan

Pikirkan angka 1-1 milyar

Kalikan angka tersebut dengan dua

Tambahkan dengan bilangan genap/ $2n$  (terserah  
kalian atau orang tersebut)

Bagilah dengan 2

Sebutkan hasil akhirnya

Menebak angka tersebut dengan mengurangnya dengan  $\frac{1}{2}$

dari angka genap

#### (Representasi)

apa yang orang lain tulis

$A$

$A \times 2 = 2A$

$2A + 2n$

$2A + 2n$

2

$A + n$

$A + n - n = A$

#### Keterangan:

$2n$  adalah bilangan genap yang ditambahkan. Misalnya bilangan genap yang ditambahkan adalah 50, maka  $n = 50:2=25$ .

# BAB 3

## BERHITUNG CEPAT (FASTMATH TRICK)

### A. Perkalian Bersusun Pendek dengan Metode Sekawan

**D**alam matematika kita selalu berhadapan dengan beberapa operasi hitung diantara adalah penjumlahan, pengurangan, pembagian, dan perkalian. Beberapa operasi ini sangat berperan penting dalam kehidupan bermatematika dan merupakan dasar yang harus kita ketahui untuk mempelajari matematika lebih jauh dan mendalam seperti yang kita inginkan untuk prospek kita selanjutnya.

Berbagai metode menghitung yang telah kita kenal sejak kita mulai duduk dibangku sekolah dasar (SD) sampai kita duduk dibangku kuliah. Dalam buku ini kami akan memberikan metode baru dalam melakukan operasi hitung perkalian yang bisa dijadikan acuan dan petunjuk bagi kita penggemar matematika tingkat SD, SMP, SMA, dan Perguruan Tinggi. Khususnya guru



yang mempunyai keinginan untuk mencerdaskan peserta didiknya dengan matematika.

Metode ini kami anggap sebagai metode praktis, cepat, dan mudah dalam melakukan suatu operasi hitung perkalian yang kita hadapi. Metode ini kami anggap layak dan bisa digunakan oleh beberapa kalangan pelajar dan pengajar.

Perhatikan beberapa contoh perkalian bersusun pendek dengan metode sekawan.

Contoh:

$$12 \times 12 = ?$$

Jawab:

Langkah- langkahnya adalah sebagai berikut;

- Pertama kalikan angka yang sama-sam bernilai satuan, (terakhir) Tuliskan hasilnya dan simpan sisanya jika ada.
- Kedua kalikan angka yang bernilai puluhan dengan yang bernilai satuan kemudian jumlahkan dan hasilnya ditambahkan dengan sisa sebelumnya jika ada. Tuliskan hasil akhirnya dan simpan sisanya jika ada.
- Ketiga kalikan angka yang sama-sama bernilai puluhan. Tuliskan hasilnya jumlahkan dengan sisa sebelumnya jika ada.

Langkah ini hanya berlaku pada perkalian bersusun yang angka satuannya tau puluhannya bernilai sama.

Contoh:

$$12 \times 12 = \dots\dots ?$$

$$13 \times 13 = \dots\dots ?$$

$$19 \times 19 = \dots\dots ?$$

Contoh di atas angka satuan nilainya sama dan angka puluhan nilainya juga sama. Jadi memenuhi syarat.

Contoh:

$$23 \times 24 = \dots\dots\dots?$$

$$35 \times 45 = \dots\dots\dots?$$

$$67 \times 67 = \dots\dots\dots?$$

Contoh tersebut juga memenuhi syarat, karena ada salah satu memenuhi syarat yaitu angka puluhannya mempunyai nilai sama walaupun angka satuannya berbeda dan juga karena angka satuannya mempunyai nilai sama walaupun angka puluhannya berbeda.

Contoh yang tidak memenuhi syarat adalah sebagai berikut;

$$21 \times 35 = \dots\dots\dots?$$

$$64 \times 57 = \dots\dots\dots?$$

Beberapa contoh di atas angka puluhan dan satuan sama-sama berbeda. Jadi tidak memenuhi syarat. Lalu bagaimana metode singkatnya. ....?

Dalam buku ini kami juga akan memberikan solusi terhadap pertanyaan tersebut.

Langkah-langkah berikut ini:

- a. Kalikan angka satuan dengan angka satuan, tuliskan hasilnya dan simpan sisanya jika ada.
- b. Kalikan angka puluhan dengan angka satuan semuanya, kemudian jumlahkan dan tambahkan dengan sisa sebelumnya. Tuliskan hasilnya dan simpan sisanya jika ada. Jika angka

puluhan bernilai 10 kita bisa langsung menulis angka satuan dijumlahkan dengan angka satuan yang lainnya.

- c. Kalikan puluhan dengan puluhan, tambahkan dengan sisa sebelumnya dan tuliskan hasil akhirnya.

Untuk meningkatkan pemahaman anda dalam mempelajari beberapa langkah diatas. Kami akan memberikan beberapa contoh perkalian bersusun yang terdiri dari 2 angka seperti dibawah ini.

### 1. Perkalian pada bilangan yang sama terdiri dari dua angka

Contoh: a.  $17 \times 17 = \dots\dots\dots?$

Kita kerjakan seperti langkah-langkah yang telah diberikan sebelumnya yaitu;

- a. Kita kalikan 7 dengan 7, sehingga  $7 \times 7 = 49$ . Kemudian tulis 9 simpan 4.
- b. Kita kalikan 1 dengan 7 dan 1 dengan 7 juga, jumlahkan hasil kduanya sehingga  $(1 \times 7) + (1 \times 7) = 7 + 7 = 14$ , tambahkan dengan sisa yaitu  $14 + 4 = 18$ , tulis 8 simpan 1, atau bisa langsung di tulis  $2 (1 \times 4) = 14 + 4 = 18$ ,
- c. Kita kalikan 1 dengan 1 sehingga diperoleh  $1 \times 1 = 1$ , tambahkan dengan sisa sebelumnya sehingga  $1 + 1 = 2$ . Tuliskan hasil akhirnya.

Jadi hasil dari  $17 \times 17 = 189$ .

Dari contoh diatas tentu dalam hemat kami lebih mudah dan lebih cepat dari bentuk penyusunan operasi perkalian yang pernah kita kenal sebelumnya. Contoh tersebut mungkin masih membuat anda canggung untuk memahami dan mencobanya,

berikut perhatikan contoh selanjutnya untuk meningkatkan pemahaman anda.

Contoh:

$$34 \times 34 = \dots\dots?$$

Jawab:

Dalam mengerjakan operasi perkalian pada bilangan seperti ini. Kita kerjakan seperti langkah-langkah yang telah diberikan sbelumnya yaitu;

- a. Kita kalikan 4 dengan 4, sehingga  $4 \times 4 = 16$ . Tuliskan 6 simpan sisanya yaitu 1.
- b. Kita kalikan 3 dengan 4 dan 3 dengan 4 juga, jumlahkan hasil keduanya sehingga  $(3 \times 4) + (3 \times 4) = 12 + 12 + 1$  (sisa) = 25, atau bisa langsung di tulis  $2(3 \times 4) + 1$  (sisa) = 25 tuliskan 5 dan simpan sisanya yaitu 2.
- c. Kita kalikan 3 dengan 3 sehingga diperoleh  $3 \times 3 = 9$ , tambahkan dengan sisa yaitu  $9 + 2 = 11$ . Tuliskan hasil akhirnya.

**Jadi hasil  $34 \times 34 = 1156$**

## **2. Perkalian pada bilangan yang satu sama lain berbeda terdiri dari dua angka**

Perkalian bentuk sebelumnya adalh perkalian yang mana angka puluhan yang satu sama dengan angka puluhan yang lainya dan angka satuan yang satu sama dengan angka satuan yang lainnya. Perhatikan contoh selanjutnya untuk bentuk perkalian yang sedikit berbeda dengan angka-angkannya, dimana kadang hanya angka puluhan yang sama satu sama lainnya dan angka

satuannya berbeda, dan juga kadang angka satuannya bernilai sama satu sama lainnya tetapi angka puluhannya berbeda.

Mari kita pelajari contoh berikut ini.

Contoh: a.  $13 \times 14 = \dots\dots\dots ?$

Jawab:

Dalam mengerjakan operasi perkalian pada bilangan seperti ini. Kita kerjakan seperti langkah yang telah diberikan sebelumnya yaitu;

1. Kita kalikan 3 dengan 4, sehingga diperoleh  $3 \times 4 = 12$  tuliskan 2 simpan sisanya yaitu 1.
2. Kita kalikan 1 dengan 3 dan 1 dengan 4 juga, jumlahkan hasil keduanya sehingga diperoleh  $(1 \times 3) + (1 \times 4) = 7 + 1 = 8$ . Atau kita langsung jumlah  $3 + 4 + 1 = 8$ . Kemudian tuliskan hasil akhirnya.
3. Kita kalikan 1 dengan 1 sehingga  $1 \times 1 = 1$ , tuliskan hasil akhirnya.

Jadi hasil dari  $13 \times 14 = 182$

Perlu kita ketahui sebelumnya, bahwa setiap metode mempunyai kelebihan dan kelemahan yang berbeda. Kelebihan metode ini singkat, mudah dan cepat. Akan tetapi cara ini tidak dapat digunakan pada perkalian tersusun yang terdiri dari 2 angka dan angka keduanya bernilai sama atau ada salah satu yang sama lainnya baik dipuluhan maupun satuan.

## **B. Perkalian Bersusun Dengan Metode Silang**

Dalam bab ini kami akan memberikan beberapa langkah yang jangkauan penggunaannya sedikit lebih luas dari metode sebelumnya. Diasumsikan agar kita dapat menguasai beberapa metode yang setiap saat kita bisa meng aplikasikannya dengan kebutuhan. Pelajarilah langkah-langkah dibawah ini.

Langkah-langkah metode ini adalah metode perkalian silang.

Kita kalikan satuan dengan satuan tuliskan hasilnya dan simpan sisanya jika ada.

Kalikan angka satuan dengan angka puluhan jumlahkan dengan perkalian puluhan dengan satuan. Kemudian tambahkan dengan sisa, dan jika ada tuliskan sisanya

Kalika puluhan dengan puluhan tambahkan dengan sisa jika ada tuliskan nilai akhirnya.

Setelah mempelajari langkah-langkah tersebut tentu kita sedikit memahami akan tetapi masih ada kebingungan. Nah., untuk mempermudah kita memahami dan menguasai metode ini, perhatikan beberapa contoh berikut ini dengan beberapa perbedaan pada bilangan yang digunakan.

### **1. Perkalian bersusun pada bilangan yang sama terdiri dari dua angka**

Contoh:

Tentukan dengan metode silang pada beberapa operasi perkalian di bawah ini:

a.  $23 \times 23 = \dots\dots?$

b.  $72 \times 72 = \dots\dots?$

Jawab:

**Contoh a**

$$\begin{array}{r} 2 \quad 3 \\ \times \\ \hline 2 \quad 3 \\ \hline 529 \end{array} +$$

Langkah-langkah sebagai berikut:

1. Kita kalikan 3 dengan 3 sehingga diperoleh  $3 \times 3 = 9$ , tuliskan 9
2. Kita kalikan 3 dengan 2 jumlahkan  $2 \times 3$  sehingga diperoleh  $(3 \times 2) + (3 \times 2) = 6 + 6 = 12$ . Tuliskan 2 simpan 1.
3. Kita kalikan 2 dengan 2 sehingga diperoleh  $2 \times 2 = 4$  tambahkan dengan sisa sebelumnya yaitu  $4 + 1 = 5$  tuliskan hasil akhirnya  
Jadi hasil akhirnya adalah 529.

**Contoh b**

$$\begin{array}{r} 7 \quad 2 \\ \times \\ \hline 7 \quad 2 \\ \hline 5184 \end{array} +$$

Langkah-langkah sebagai berikut:

1. Kita kalikan 2 dengan 2 sehingga diperoleh  $2 \times 2 = 4$ , tuliskan 4
2. Kita kalikan 2 dengan 7 jumlahkan  $7 \times 2$  sehingga diperoleh  $(2 \times 7) + (7 \times 2) = 14 + 14 = 28$ . Tuliskan 8 simpan 2.
3. Kita kalikan 7 dengan 7 sehingga diperoleh  $7 \times 7 = 49$  tambahkan dengan sisa sebelumnya yaitu  $49 + 2 = 51$  tuliskan hasil akhirnya  
Jadi hasil akhirnya adalah 5184.

Dari kedua contoh yang telah kita bahas, dalam hemat kami tentu itu berbeda dengan cara biasa atau cara yang telah kita kenal sejak kita masih duduk dibangku SD, SMP, SMA dan sampai strata S1. Metode ini lebih mudah dan tentu sangat singkat bentuk penyusunan untuk mendapatkan nilai akhir dibanding dengan metode yang telah kita kenal sebelumnya.

## **2. Perkalian pada bilangan berbeda terdiri dari dua angka atau lebih**

Contoh:

Tentukan dengan menggunakan metode silang pada beberapa operasi perkalian dibawah ini:

- a.  $12 \times 34 = \dots ?$
- b.  $25 \times 36 = \dots ?$



Jawab:

**Contoh a**

$$\begin{array}{r} 1 \quad 2 \\ \times \\ \hline 3 \quad 4 \\ \hline 408 \end{array} +$$

Langkah-langkah sebagai berikut:

1. Kita kalikan 4 dengan 2 sehingga diperoleh  $4 \times 2 = 8$ , tuliskan 4
2. Kita kalikan 2 dengan 7 jumlahkan  $7 \times 2$  sehingga diperoleh  $(2 \times 7) + (7 \times 2) = 14 + 14 = 28$ . Tuliskan 8 simpan 2.
3. Kita kalikan 7 dengan 7 sehingga diperoleh  $7 \times 7 = 49$  tambahkan dengan sisa sebelumnya yaitu  $49 + 2 = 51$
4. Tuliskan hasil akhirnya  
Jadi hasil akhirnya adalah 5184.

Metode ini bukan hanya dapat di gunakan pada 2 angka yang sama, tetapi juga dapat digunakan pada 2 angka yang berbeda. Metode ini dapat digunakan pada 3 angka kali 2 angka berbeda misalnya  $123 \times 27$  kelemahan dari metode ini terbatas hanya pada perkalian 2 angka dengan angka berapapun, asalkan keduanya tidak boleh melebihi 2 angka harus salah satu saja. Misalnya: a.  $123 \times 3 = \dots ?$  b.  $2456 \times 12 = \dots ?$

Tetapi tidak boleh seperti berikut ini:

a.  $123 \times 3465 = \dots\dots ?$

b.  $6789 \times 2346 = \dots\dots ?$

Contoh:

Tentukan metode silang pada operasi perkalian berikut ini:

a.  $234 \times 23 = \dots\dots ?$

b.  $4237 \times 22 = \dots\dots ?$

Jawab:

Contoh a.

$$\begin{array}{r} 234 \\ \times 23 \\ \hline 5384 \end{array} +$$

Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

1. Kita kalikan 3 dengan 4, sehingga  $3 \times 4 = 12$ , tulis 2 simpan 1
2. Kita kalikan 3 dengan 3, kemudian jumlahkan dengan  $2 \times 4$ , sehingga diperoleh  $(3 \times 3) + (2 \times 4) = 9 + 8 = 17$ , tambahkan dengan sisa sebelumnya  $17 + 1 = 18$ , tuliskan 8 simpan 1
3. Kita kalikan 3 dengan 2, kemudian jumlahkan dengan  $2 \times 3$ , sehingga diperoleh  $(3 \times 2) + (2 \times 3) = 12$ , tambahkan dengan sisa sebelumnya.
4. Kita kalikan 2 dengan 2, sehingga diperoleh  $2 \times 2 = 4$ , tambahkan dengan sisa sebelumnya yaitu  $4 + 1 = 5$

5. Tuliskan hasil akhirnya.

**Jadi hasil akhirnya adalah 5382**

Jawab.

Contoh b.

$$\begin{array}{r} 4 \quad 2 \quad 3 \quad 7 \\ \hline 2 \quad 2 \\ 93214 \end{array} +$$

Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

1. Kita kalikan 3 dengan 4, sehingga  $3 \times 4 = 12$ , tulis 2 simpan 1
2. Kita kalikan 3 dengan 3, kemudian jumlahkan dengan  $2 \times 4$ , sehingga diperoleh  $(3 \times 3) + (2 \times 4) = 9 + 8 = 17$ , tambahkan dengan sisa sebelumnya  $17 + 1 = 18$ , tuliskan 8 simpan 1
3. Kita kalikan 3 dengan 2, kemudian jumlahkan dengan  $2 \times 3$ , sehingga diperoleh  $(3 \times 2) + (2 \times 3) = 12$ , tambahkan dengan sisa sebelumnya.
4. Kita kalikan 2 dengan 2, sehingga diperoleh  $2 \times 2 = 4$ , tambahkan dengan sisa sebelumnya yaitu  $4 + 1 = 5$
5. Tuliskan hasil akhirnya.

**Jadi hasil akhirnya adalah 93214**

Dalam mempelajari metode ini agar cepat dan tepat. Pahami langkah-langkah yang telah diberikan dan praktekkan sebagai latihan dalam otak kita. Insya Allah semua itu akan tercapai. Siapa yang giat dialah yang dapat.

### C. Perkalian Dengan Metode Vertikal

Metode vertikal adalah suatu metode dasar perhitungan yang telah banyak kita kenal sejak kita masih duduk di bangku SD. Pola proses perhitungan aritmatika dasar seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian berawal dari atas menuju ke bawah dan di akhiri hasil akhir paling bawah, kecuali proses perhitungan pembagian hasil akhirnya berada paling atas sendiri. Akan tetapi secara general (umum) dapat dilihat proses perhitungannya dari atas ke bawah.

Metode horizontal adalah metode dasar perhitungan yang baru kita kenal dalam artian belum meluas dengan presentase sebagai konsumsi siswa sangatlah minim. Metode ini sangat unik dan keunikan dari metode tersebut terletak pada proses perhitungan aritmatika dasar seperti penjumlahan, pengurangan, dan perkalian.

Dari kedua metode tersebut mempunyai keunggulan masing-masing yang dapat diandalkan. Metode horizontal mempunyai keunggulan yang dapat diandalkan untuk proses perhitungan aritmatika dasar perkalian. Demikian juga sebaliknya dengan metode vertikal terlihat unggul atau berdaya guna pada proses perhitungan aritmatika dasar pembagian. Oleh sebab itu dengan munculnya metode baru horizontal bukanlah menjadi pesaing metode vertikal yang telah kita kenal sejak di bangku SD, akan tetapi kedua metode tersebut saling melengkapi kekurangannya masing-masing metode. Karena masing-masing kelebihan dan kekurangan dari kedua metode tersebut nampak sangat berdaya guna bila keduanya saling bersinergis. Dan inilah yang disebut dengan perkembangan ilmu matematika secara ilmiah.

Berikut beberapa contoh sekaligus penyelesaian dari kedua metode di atas.

**1. Memecahkan perkalian kuadrat yang terdiri dari dua angka yang mana angka satuannya angka 1**

Contoh soal:

a.  $31^2$

b.  $41^2$

c.  $21^2$

Penyelesaian:

Dalam menyelesaikan operasi perkalian tersebut seperti biasanya, apabila dijumlahkan lebih dari sepuluh ditulis datuannya dan disimpan puluhannya. Misalnya 13, tuliskan datuan 3 dan simpan puluhan 1.

a.

$$\begin{array}{r} 31 \\ \underline{31} \phantom{x} \\ 93 \phantom{0} \\ 961 \end{array} +$$

b.

$$\begin{array}{r} 41 \\ \underline{41} \phantom{x} \\ 164 \phantom{0} \\ 1681 \end{array} +$$

$$\begin{array}{r}
 c. \quad \begin{array}{r} 2 \ 1 \\ \hline 2 \ 1 \end{array} x \\
 \begin{array}{r} 4 \ 2 \\ \hline 4 \ 4 \ 1 \end{array} +
 \end{array}$$

**2. Memecahkan perkalian kuadrat yang terdiri dari dua angka yang mana angka puluhannya adalah angka 1**

Contoh soal:

a.  $12^2$

b.  $14^2$

c.  $13^2$

Penyelesaian:

Dalam menyelesaikan operasi perkalian tersebut seperti biasanya, apabila dijumlahkan lebih dari sepuluh ditulis satuannya dan disimpan puluhannya. Misalnya 13, tuliskan satuan 3 dan simpan puluhan 1.

$$\begin{array}{r}
 a. \quad \begin{array}{r} 1 \ 2 \\ \hline 2 \ 4 \end{array} x \\
 \begin{array}{r} 1 \ 2 \\ \hline 1 \ 4 \ 4 \end{array} +
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 b. \quad \begin{array}{r} 1 \ 4 \\ \hline 5 \ 6 \end{array} x \\
 \begin{array}{r} 1 \ 4 \\ \hline 1 \ 9 \ 6 \end{array} +
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 c. \quad \begin{array}{r} 1 \ 3 \\ \hline 3 \ 9 \end{array} x \\
 \begin{array}{r} 1 \ 3 \\ \hline 1 \ 6 \ 9 \end{array} +
 \end{array}$$

**3. Memecahkan perkalian kuadrat yang terdiri dari dua angka yang angka satuannya adalah 5**

Contoh soal:

- a.  $15^2$
- b.  $35^2$
- c.  $65^2$

Penyelesaian:

Dalam menyelesaikan operasi perkalian tersebut seperti biasanya, apabila dijumlahkan lebih dari sepuluh ditulis satuannya dan disimpan puluhannya. Misalnya 13, tuliskan satuan 3 dan simpan puluhan 1.

$$\begin{array}{r}
 a. \quad \begin{array}{r} 1 \ 5 \\ \hline 7 \ 5 \end{array} x \\
 \begin{array}{r} 1 \ 5 \\ \hline 2 \ 2 \ 5 \end{array} +
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 b. \quad \begin{array}{r} 3 \ 5 \\ \hline 1 \ 7 \ 5 \end{array} x \\
 \begin{array}{r} 1 \ 0 \ 5 \\ \hline 1 \ 2 \ 2 \ 5 \end{array} +
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{c.} \quad \quad \quad 6 \ 5 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 6 \ 5 \\
 \quad \quad \quad 3 \ 2 \ 5 \\
 \hline
 3 \ 9 \ 0 \\
 \hline
 4 \ 2 \ 2 \ 5 \quad +
 \end{array}$$

4. Memecahkan perkalian kuadrat yang terdiri dari dua angka yang mana angka puluhannya adalah angka 5

Contoh soal:

a.  $51^2$

b.  $54^2$

c.  $57^2$

Penyelesaian:

Dalam menyelesaikan operasi perkalian tersebut seperti biasanya apabila dijumlahkan lebih dari sepuluh ditulis satuannya dan disimpan puluhannya. Misalnya 13, tuliskan 3 dan simpan 1.

$$\begin{array}{r}
 \text{a.} \quad \quad \quad 5 \ 1 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 5 \ 1 \\
 \quad \quad \quad 5 \ 1 \\
 \hline
 2 \ 5 \ 5 \\
 \hline
 2 \ 5 \ 0 \ 1 \quad +
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{b.} \quad \quad \quad 5 \ 4 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 5 \ 4 \\
 \quad \quad \quad 2 \ 1 \ 6 \\
 \hline
 2 \ 7 \ 0 \\
 \hline
 2 \ 9 \ 1 \ 6 \quad +
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 c. \quad \begin{array}{r} 5 \ 7 \\ \hline 3 \ 9 \ 9 \end{array} x \\
 \begin{array}{r} 2 \ 8 \ 5 \\ \hline 3 \ 2 \ 4 \ 9 \end{array} +
 \end{array}$$

## D. Perkalian Dengan Metode Horisontal

### 1. Memecahkan perkalian kuadrat yang terdiri dari dua angka yang mana angka satuannya adalah angka 1

$$\text{Formula: } A1^2 = (A1-1)^2 + ((A1-1) + A1)$$

Contoh soal:

i.  $21^2$

ii.  $31^2$

iii.  $41^2$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
 \text{i. } 21^2 &= (21 - 1)^2 + ((21 - 1) + 21) \\
 &= 20^2 + (20 + 21) \\
 &= 400 + 41 \\
 &= 441
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ii. } 31^2 &= (31 - 1)^2 + ((31 - 1) + 31) \\
 &= 30^2 + (30 + 31) \\
 &= 900 + 61 \\
 &= 961
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{iii. } 41^2 &= (41 - 1)^2 + ((41 - 1) + 41) \\
 &= 40^2 + (40 + 41)
 \end{aligned}$$

$$= 1600 + 81$$

$$= 1681$$

2. Memecahkan perkalian kuadrat yang terdiri dari dua angka yang mana angka puluhannya adalah 1

$$\text{Formula : } 1A^2 = (1A-A)^2 + ((1A+(1A-A))xA)$$

Contoh soal:

i.  $13^2$

ii.  $15^2$

iii.  $16^2$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{i. } 13^2 &= (13 - 3)^2 + (13 + (13 - 3)) \times 3 \\ &= 10^2 + ((13 + 10) \times 3) \\ &= 100 + (23 \times 3) \\ &= 100 + 69 \\ &= 169 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii. } 15^2 &= (15 - 5)^2 + (15 + (15 - 5)) \times 5 \\ &= 10^2 + ((15 + 10) \times 5) \\ &= 100 + (25 \times 5) \\ &= 100 + 125 \\ &= 225 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{iii. } 16^2 &= (16 - 6)^2 + (16 + (16 - 6) \times 6) \\
 &= 10^2 + ((16 + 10) \times 6) \\
 &= 100 + (26 \times 6) \\
 &= 100 + 156 \\
 &= 256
 \end{aligned}$$

3. Memecahkan perkalian kuadrat yang terdiri dari dua angka yang mana angka satuannya adalah angka 5

Formula :  $A^2 = 25 + A(A+1) | 25$

i.  $15^2$

ii.  $25^2$

iii.  $35^2$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
 \text{i. } 15^2 &= 1(1 + 1) | 25 \\
 &= 1 \cdot 2 | 25 \\
 &= 225
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ii. } 25^2 &= 2(2 + 1) | 25 \\
 &= 2 \cdot 3 | 25 \\
 &= 625
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{iii. } 35^2 &= 3(3 + 1) | 25 \\
 &= 3 \cdot 4 | 25 \\
 &= 1225
 \end{aligned}$$

**4. Memecahkan perkalian kuadrat yang terdiri dari dua angka yang mana angka puluhannya adalah angka 5**

Formula :  $5A^2=25+A|A^2$

Catatan : untuk perkalian yang angka satuannya 1, 2, dan 3, harus ditambah dengan 0 pada puluhannya misalkan  $2^2=04$ .

Contoh soal:

i.  $52^2$

ii.  $53^2$

iii.  $54^2$

Penyelesaian:

i.  $52^2 = 25 + 2|2^2$   
 $= 27|04$   
 $= 2704$

ii.  $53^2 = 25 + 3|3^2$   
 $= 28|09$   
 $= 2809$

iii.  $54^2 = 25 + 4|4^2$   
 $= 29|16$   
 $= 29016$

## E. Hitung cepat dengan metode singkat

### 1. Pengkuadratan bilangan yang terdiri dari 2 angka yang diakhiri angka 1 dengan 4 metode

#### Metode I

Langkah-langkah mengerjakannya:

1. Kuadratkan angka bulatnya
2. Jumlahkan angka tersebut dengan angka bulatnya
3. Hasilnya adalah jumlah dari langkah 1 dan 2

Contoh:

i.  $(21)^2 = \dots ?$

ii.  $(61)^2 = \dots ?$

iii.  $(71)^2 = \dots ?$

Jawab:

i.  $(21)^2 = \dots ?$

1.  $20^2 = 400$

2.  $21 + 21 = 41$

3.  $400 + 41 = 441$

ii.  $(61)^2 = \dots ?$

1.  $61^2 = 3600$

2.  $61 + 60 = 121$

3.  $3600 + 121 = 3721$

iii.  $(71)^2 = \dots ?$

1.  $70^2 = 4900$

2.  $71 + 70 = 141$

3.  $4900 + 141 = 5041$

## Metode II

Langkah-langkah mengerjakannya:

1. Kalikan angka satuan dengan angka satuan terlebih dahulu
2. Jumlahkan ke 2 angka sesama puluhan
3. Kalikan angka puluhan dengan angka puluhan
4. Hasilnya adalah urutan dari langkah 3 sampai 1

Contoh:

a.  $(21)^2 = \dots ?$

b.  $(61)^2 = \dots ?$

c.  $(71)^2 = \dots ?$

Jawab:

a.  $(21)^2 = \dots ?$

1.  $1 \times 1 = 1$

2.  $2 + 2 = 4$

3.  $2 \times 2 = 4$

4. Hasilnya 441

b.  $(61)^2 = \dots ?$

1.  $1 \times 1 = 1$

2.  $6 + 6 = 12$

3.  $6 \times 6 = 36$

4. Hasilnya 3721

- c.  $(71)^2 = \dots ?$
1.  $1 \times 1 = 1$
  2.  $7 + 7 = 14$
  3.  $7 \times 7 = 49$
  4. Hasilnya = 5041

### Metode III

Langkah-langkah mengerjakannya:

1. Kalikan angka satuan dengan angka satuan
2. Kalikan silang angka satuan dengan puluhan dan angka puluhan dengan satuan
3. Kalikan angka puluhan dengan angka puluhan
4. Hasilnya adalah urutan dari langkah 3 sampai  $1^7$

Contoh:

- i.  $(21)^2 = 21 \times 21 = ?$
- ii.  $(61)^2 = \dots ?$
- iii.  $(71)^2 = \dots ?$

Jawab:

- i.  $(21)^2 = 21 \times 21 = ?$ 
  1.  $1 \times 1 = 1$
  2.  $(1 \times 2) + (2 \times 1) = 4$
  3.  $2 \times 2 = 4$
  4. Hasilnya 441

---

7 Maswar, *Mathemagic Dan Hitung Cepat dengan Metode singkat*, (Yogyakarta: Absolute Media, 2010), 93

ii.  $(61)^2 = \dots ?$

1.  $1 \times 1 = 1$
2.  $(1 \times 6) + (6 \times 1) = 12$
3.  $6 \times 6 = 36$
4. Hasilnya 3721

iii.  $(71)^2 = \dots ?$

1.  $1 \times 1 = 1$
2.  $(1 \times 7) + (7 \times 1) = 14$
3.  $7 \times 7 = 49$
4. Hasilnya 5041

#### **Metode IV**

Langkah-langkah mengerjakannya:

1. Kalikan angka satuan dengan satuan
2. Kalikan angka puluhan dengan angka satuannya dan hasilnya kalikan dengan 2
3. Kalikan angka puluhan dengan angka puluhan
4. Hasilnya adalah urutan dari langkah 3 sampai 1

Contoh:

- a.  $(21)^2 = \dots ?$
- b.  $(61)^2 = \dots ?$
- c.  $(71)^2 = \dots ?$



Jawab:

a.  $(21)^2 = \dots ?$

1.  $1 \times 1 = 1$
2.  $2 \times 1 = 2, 2 \times 2 = 4$
3.  $2 \times 2 = 4$
4. Hasilnya 441

b.  $(61)^2 = \dots ?$

1.  $1 \times 1 = 1$
2.  $6 \times 1 = 6, 2 \times 6 = 12$
3.  $6 \times 6 = 36$
4. Hasilnya 3721

c.  $(71)^2 = \dots ?$

1.  $1 \times 1 = 1$
2.  $7 \times 1 = 7, 2 \times 7 = 14$
3.  $7 \times 7 = 49$
4. Hasilnya 5041

Catatan: untuk urutan dari langkah pertama sampai pada langkah terakhir, apabila hasil operasi perkaliannya lebih dari sepuluh, maka harus disimpan dan ditambahkan ke digit bilangan berikutnya (di depannya).

## 2. Pengkuadratan bilangan yang terdiri dari 2 angka yang diakhiri angka 1 dengan 5 metode

### Metode I

Langkah-langkah mengerjakannya:

1. Kuadratkan angka 10
2. Jumlahkan angka tersebut dengan 10, selanjutnya kalikan dengan angka satuannya.
3. Hasilnya adalah jumlah dari langkah 1 dan 2

Contoh:

- a.  $(13)^2 = \dots ?$
- b.  $(14)^2 = \dots ?$
- c.  $(15)^2 = \dots ?$

Jawab:

- a.  $(13)^2 = \dots ?$ 
  1.  $10^2 = 100$
  2.  $(13+10) \times 3 = 69$
  3.  $100 + 69 = 169$
- b.  $(14)^2 = \dots ?$ 
  1.  $10^2 = 100$
  2.  $(14+10) \times 4 = 96$
  3.  $100 + 96 = 196$

- c.  $(15)^2 = \dots?$
1.  $10^2 = 100$
  2.  $(15+10) \times 5 = 125$
  3.  $100 + 125 = 225$

## Metode II

Metode ini menggunakan metode ke II, III, dan IV pada metode pengkuadratan sebelumnya.

Langkah-langkah mengerjakannya:

1. Kalikan angka satuan dengan angka satuan terlebih dahulu
2. Jumlahkan ke 2 angka sesama puluhan
3. Kalikan angka puluhan dengan angka puluhan
4. Hasilnya adalah urutan dari langka 3 sampai 1

Contoh 2: pada cara 2

- a.  $(13)^2 = \dots?$
- b.  $(14)^2 = \dots?$
- c.  $(15)^2 = \dots?$

Jawab:

- a.  $(13)^2 = \dots?$ 
  1.  $1 \times 1 = 1$
  2.  $3 + 3 = 6$
  3.  $3 \times 3 = 9$
  4. Hasilnya = 169

- b.  $(14)^2 = \dots?$
1.  $4 \times 4 = 16$
  2.  $4 + 4 = 8$
  3.  $1 \times 1 = 1$
  4. Hasilnya = 196
- c.  $(15)^2 = \dots?$
1.  $5 \times 5 = 25$
  2.  $5 + 5 = 10$
  3.  $1 \times 1 = 1$
  4. Hasilnya = 225

### Metode III

Langkah-langkah mengerjakannya:

1. Kalikan angka satuan dengan angka satuan
2. Kalikan silang angka satuan dengan puluhan dan angka puluhan dengan satuan
3. Kalikan angka puluhan dengan puluhan
4. Hasilnya adalah urutan 3 sampai 1

Contoh:

- a.  $(13)^2 = \dots?$
- b.  $(14)^2 = \dots?$
- c.  $(15)^2 = \dots?$

Jawab:

a.  $(13)^2 = \dots?$

1.  $3 \times 3 = 9$
2.  $(3 \times 1) + (3 \times 1) = 6$
3.  $1 \times 1 = 1$
4. Hasilnya = 169

b.  $(14)^2 = \dots?$

1.  $4 \times 4 = 16$
2.  $(4 \times 1) + (4 \times 1) = 8$
3.  $1 \times 1 = 1$
4. Hasilnya = 169

c.  $(15)^2 = \dots?$

1.  $5 \times 5 = 25$
2.  $(5 \times 1) + (5 \times 1) = 10$
3.  $1 \times 1 = 1$
4. Hasilnya = 225

#### **Metode IV**

Langkah-langkah mengerjakannya:

1. Kalikan satuan dengan angk satuan
2. Kalikan angka puluhan dengan satuannya dan hasilnya dikalikan 2
3. Kalikan angka puluhan dengan angka puluhan
4. Hasilnya adalah urutan dari langkah 3 sampai 1

Contoh:

a.  $(13)^2 = \dots?$

b.  $(14)^2 = \dots?$

c.  $(15)^2 = \dots?$

Jawab:

a.  $(13)^2 = \dots?$

1.  $3 \times 3 = 9$

2.  $1 \times 3 = 3, 3 \times 2 = 6$

3.  $1 \times 1 = 1$

4. Hasilnya = 169

b.  $(14)^2 = \dots?$

1.  $4 \times 4 = 16$

2.  $1 \times 4 = 4, 4 \times 2 = 8$

3.  $1 \times 1 = 1$

4. Hasilnya = 196

c.  $(15)^2 = \dots?$

1.  $5 \times 5 = 9$

2.  $1 \times 5 = 5, 5 \times 2 = 10$

3.  $1 \times 1 = 1$

4. Hasilnya = 225

## Metode V

Langkah-langkah mengerjakannya:

1. Kalikan angka satuan dengan satuan

2. Jumlahkan angka satuan dengan angka-angka tersebut
3. Hasilnya adalah urutan dari langkah 2 sampai 1

Contoh:

- a.  $(13)^2 = \dots?$
- b.  $(14)^2 = \dots?$
- c.  $(15)^2 = \dots?$

Jawab:

- a.  $(13)^2 = \dots?$ 
  1.  $3 \times 3 = 9$
  2.  $13 + 3 = 16$
  3. Hasilnya = 169
- b.  $(14)^2 = \dots?$ 
  1.  $4 \times 4 = 16$
  2.  $14 + 4 = 18$
  3. Hasilnya = 169
- c.  $(15)^2 = \dots?$ 
  1.  $5 \times 5 = 25$
  2.  $15 + 5 = 20$
  3. Hasilnya = 225

Catatan: untuk urutan dari langkah pertama sampai pada langkah terakhir, apabila hasil operasi perkaliannya lebih dari sepuluh, maka harus disimpan dan ditambahkan ke digit bilangan berikutnya (di depannya)

### 3. Perkalian pada dua bilangan berangka puluhan satu dan angka-angka satuannya berbeda dengan 3 metode

#### Metode I

Langkah-langkah mengerjakannya:

1. kalikan angka satuan dengan angka satuan terlebih dahulu
2. jumlahkan ke 2 angka sesama puluhan
3. kalikan angka puluhan dengan angka puluhan
4. hasilnya adalah urutan dari langkah 3 sampai 1

Contoh:

- a.  $13 \times 12 = \dots?$
- b.  $12 \times 15 = \dots?$
- c.  $14 \times 16 = \dots?$

Jawab:

- a.  $13 \times 12 = \dots?$ 
  1.  $2 \times 3 = 6$
  2.  $2 + 3 = 5$
  3.  $1 \times 1 = 1$
  4. Hasilnya = 156
- b.  $12 \times 15 = \dots?$ 
  1.  $5 \times 2 = 10$
  2.  $5 + 2 = 7$
  3.  $1 \times 1 = 1$
  4. Hasilnya = 180



- c.  $14 \times 16 = \dots ?$
1.  $4 \times 6 = 24$
  2.  $4 + 6 = 10$
  3.  $1 \times 1 = 1$
  4. Hasilnya = 224

## Metode II

Langkah-langkah mengerjakannya:

1. Kalikan angka satuan dengan angka satuan
2. Kalikan silang angka satuan dengan puluhan dan angka puluhan dengan satuan
3. Kalikan angka puluhan dengan angka puluhan
4. Hasilnya adalah urutan dari langkah 3 sampai 1

Contoh:

- a.  $13 \times 12 = \dots ?$
- b.  $12 \times 15 = \dots ?$
- c.  $14 \times 16 = \dots ?$

Jawab:

- a.  $13 \times 12 = \dots ?$ 
  1.  $2 \times 3 = 6$
  2.  $(2 \times 1) + (1 \times 3) = 5$
  3.  $1 \times 1 = 1$
  4. Hasilnya = 156

- b.  $12 \times 15 = \dots?$
1.  $5 \times 2 = 10$
  2.  $(5 \times 1) + (1 \times 2) = 7$
  3.  $1 \times 1 = 1$
  4. Hasilnya = 180
- c.  $14 \times 16 = \dots?$
1.  $6 \times 4 = 24$
  2.  $(6 \times 1) + (1 \times 4) = 10$
  3.  $1 \times 1 = 1$
  4. Hasilnya = 224

### Metode III

Langkah-langkah mengerjakannya:

1. Kalikan angka satuan dengan satuan
2. Jumlahkan angka satuan dengan angka-angka tersebut
3. Hasilnya adalah urutan dari langkah 2 sampai 1

Contoh:

- a.  $13 \times 12 = \dots?$
- b.  $12 \times 15 = \dots?$
- c.  $14 \times 16 = \dots?$

Jawab:

- a.  $13 \times 12 = \dots?$ 
  1.  $2 \times 3 = 6$
  2.  $13 + 2 = 15$
  3. Hasilnya = 156

- b.  $12 \times 15 = \dots?$
1.  $2 \times 5 = 10$
  2.  $13 + 5 = 18$
  3. Hasilnya = 180
- c.  $14 \times 16 = \dots?$
1.  $4 \times 6 = 24$
  2.  $14 + 6 = 20$
  3. Hasilnya = 224

Catatan: untuk urutan dari langkah pertama sampai pada langkah terakhir, apabila hasil operasi perkaliannya lebih dari sepuluh, maka harus disimpan dan ditambahkan ke digit bilangan berikutnya (di depannya)

#### **4. Perkalian sebarang digit bilangan puluhan dan ratusan dengan metode simulasi/ silang**

Perkalian seperti ini menggunakan metode sebagai berikut:

##### **Metode I**

Langkah-langkah mengerjakannya:

1. Kalikan angka satuan dengan angka satuan
2. Kalikan silang angk satuan dengan puluhan dan angka puluhan dengan satuan
3. Kalikan angka puluhan dengan angka puluhan
4. Hasilnya adalah urutan dari langkah 3 sampai 1

Contoh:

a.  $(64)^2 = \dots ?$

b.  $23 \times 16 = \dots ?$

c.  $41 \times 57 = \dots ?$

Jawab:

a.  $(64)^2 = \dots ?$

1.  $4 \times 4 = 16$ , tulis 6 simpan 1

2.  $(4 \times 6) + (6 \times 4) = 24 + 24 + 1 = 48$ , ditambahkan dengan 1, sehingga  $48 + 1 = 49$ , tulis 9 simpan 4

3.  $6 \times 6 = 36$ , ditambah dengan 4, sehingga  $36 + 4 = 40$

4. 4096

b.  $23 \times 16 = \dots ?$

1.  $6 \times 3 = 18$ , tulis 8 simpan 1

2.  $(6 \times 2) + (1 \times 3) = 12 + 3 = 15$ , ditambahkan dengan 1, sehingga  $15 + 1 = 16$ , tulis 6 simpan 1

3.  $1 \times 2 = 2$ , ditambah dengan 1, sehingga  $2 + 1 = 3$

4. 368

c.  $41 \times 57 = \dots ?$

1.  $7 \times 1 = 7$

2.  $(7 \times 4) + (5 \times 1) = 28 + 5 = 33$ , tulis 3 simpan 3

3.  $5 \times 4 = 20$ , ditambah dengan 3, sehingga  $20 + 3 = 23$

4. 2337

Pada perkalian tersebut dengan kedua metode tersebut pula. Ternyata memiliki keterbatasan yaitu pada dua digit bilangan (puluhan) pertama  $\leq 97$  dan dua digit bilangan (puluhan) kedua  $\leq 84$ .

## Metode II

Langkah-langkah mengerjakannya:

1. Kalikan angka satuan dengan angka satuan
2. Kalikan angka puluhan dengan angka satuannya dan hasilnya kalikan dengan 2
3. Kalikan angka puluhan dengan angka puluhan
4. Hasilnya adalah urutan dari langkah 3 sampai 1

Contoh:

- a.  $(23)^2 = \dots ?$
- b.  $(34)^2 = \dots ?$
- c.  $(42)^2 = \dots ?$

Jawab:

- a.  $(23)^2 = \dots ?$ 
  1.  $3 \times 3 = 9$
  2.  $(2 \times 3) \times 2 = 12$ , tulis 2 simpan 1
  3.  $2 \times 2 = 4$ , tambahkan dengan 1,  $4 + 1 = 5$
  4. 529, cara 3
- b.  $(34)^2 = \dots ?$ 
  1.  $4 \times 4 = 16$ , tulis 6 sampai 1

2.  $(3 \times 4) \times 2 = 24$ , ditambah 1, menjadi  $24 + 1 = 25$ , tulis 5 simpan 2
  3.  $3 \times 3 = 9$ , tambahkan dengan 2,  $9 + 2 = 11$
  4. 1156
- c.  $(42)^2 = \dots ?$
1.  $2 \times 2 = 4$
  2.  $(4 \times 2) \times 2 = 16$ , tulis 6 simpan 1
  3.  $4 \times 4 = 16$ , tambahkan dengan 1,  $16 + 1 = 17$
  4. 1764, cara 3

### Metode III

Langkah-langkah mengerjakannya:

1. Kalikan angka satuan dengan angka satuan
2. Kalikan silang angka satuan dengan puluhan dan angka puluhan dengan satuan
3. Kalikan angka satuan dengan ratusan dan angka puluhan dengan puluhan
4. Kalikan angka puluhan dengan angka ratusan
5. Hasilnya adalah urutan dari langkah 4 sampai 1

Contoh:

- a.  $341 \times 45 = \dots ?$
- b.  $527 \times 13 = \dots ?$
- c.  $673 \times 24 = \dots ?$

Jawab:

a.  $341 \times 45 = \dots?$

1.  $5 \times 1 = 5$
2.  $(5 \times 4) + (4 \times 1) = 20 + 4 = 24$ , tulis 4 simpan 2
3.  $(5 \times 3) + (4 \times 4) = 15 + 16 = 31$ , ditambahkan dengan 2, sehingga  $31 + 2 = 33$ , tulis 3 simpan 3
4.  $4 \times 3 = 12$ , ditambahkan dengan 3, sehingga  $12 + 3 = 15$
5. 15345

b.  $527 \times 13 = \dots?$

1.  $3 \times 7 = 21$ , tulis 1 simpan 2
2.  $(3 \times 2) + (1 \times 7) = 6 + 7 = 13$ , ditambahkan dengan 2, sehingga  $13 + 2 = 15$ , tulis 5 simpan 1
3.  $(3 \times 5) + (1 \times 2) = 15 + 2 = 17$ , ditambahkan dengan 1, sehingga  $17 + 1 = 18$ , tulis 8 simpan 1
4.  $1 \times 5 = 5$ , ditambahkan dengan 1, sehingga  $5 + 1 = 6$
5. 6851

c.  $673 \times 24 = \dots?$

1.  $4 \times 3 = 12$ , tulis 2 simpan 1
2.  $(4 \times 7) + (2 \times 3) = 28 + 6 = 34$ , ditambahkan dengan 1, sehingga  $34 + 1 = 35$ , tulis 5 simpan 3
3.  $(4 \times 6) + (2 \times 7) = 24 + 14 = 38$ , ditambahkan dengan 3, sehingga  $38 + 3 = 41$ , tulis 1 simpan 4
4.  $2 \times 6 = 12$ , ditambahkan dengan 4, sehingga  $12 + 4 = 16$
5. 16152

Dari beberapa metode yang telah kita pelajari diatas, tidak semua cara dapat digunakan terhadap perkalian yang memuat 2 digit bilangan. Hal ini tentu ada syarat-syarat yang harus dipenuhi. Tetapi juga banyak metodetersebut dapat digunakan pada operasi perkalian yang memenuhi syarat-syarat yang ditentukan yaitu perkalian dua bilangan berangka puluhan sama, berangka satuan sama, dan berangka puluhan dan satuan berbeda. Bahkan metode ini bisa digunakan pada perkalian dua angka dengan 3 angka dan tiga angka dengan dua angka berbeda.

Contoh:

1.  $23 \times 24 = \dots ?$
2.  $23 \times 13 = \dots ?$
3.  $12 \times 34 = \dots ?$
4.  $123 \times 23 = \dots ?$
5.  $351 \times 43 = \dots ?$
6.  $325 \times 246 = \dots ?$

## **F. Perkalian Istimewa**

### **1. Perkalian dua angka dengan 11**

Cara:

1. Tuliskan angkanya
2. Sisipkan angka dari jumlah dua angka tersebut
3. Hasil penjumlahan lebih dari sembilan, angka puluhannya dijumlah



Contoh: 1

$$43 \times 11 = ?$$

1.  $4 \times 3$
2.  $4 + 3 = 7$ , maka hasilnya 473
3. Dengan demikian, hasil operasi perkalian  $43 \times 11 = 473$

Contoh: 2

$$67 \times 11 = ?$$

1.  $6 \times 7$
2.  $6 + 7 = 13$
3.  $6 + 1 = 7$
4. Dengan demikian, hasil operasi perkalian  $67 \times 11 = 737$

Perkalian ini juga bisa kita kembangkan untuk perkalian dua angka dengan 0, 011; 0, 11; 110; 1100 dan seterusnya. Caranya sama seperti sebelumnya hanya ditambah langkah ke 3, yaitu : bagi atau kalikan hasilnya dengan 10 atau seratus tergantung dikalikan atau dibagi berapa.

Contoh: 1

$$27 \times 1,1 = ?$$

1.  $2 \times 7$
2.  $2 + 7 = 9$ , maka hasilnya 297
3. Karena  $1,1 = 11:10$ , maka hasil pada langkah ke 2 dibagi depan 10. Sehingga hasil  $27 \times 11 = 29,7$

Contoh: 2

$$16 \times 11000 = ?$$

1.  $1 \neq 6$
2.  $1 + 6 = 7$  maka hasilnya 176
3. Karena  $11000 = 11 \times 1000$ , maka hasil pada langkah ke 2 dikalikan dengan 1000. Sehingga hasil kali  $16 \times 11000 = 176.000$

## 2. Perkalian satu angka atau dua angka 99

Cara:

1. Kurangi bilangan tersebut dengan angka 1
2. Kurangi bilangan 100 dengan bilangan tersebut
3. Hasilnya gabungan langkah 1 dan 2

$$\text{Formula : } AB \times 99 = AB - 1 \mid 100 - AB$$

Contoh: 1

$$28 \times 99 = ?$$

1.  $28 - 1 = 27$
2.  $100 - 28 = 72$
3. Hasilnya adalah 2772

Contoh: 2

$$56 \times 99 = ?$$

1.  $56 - 1 = 55$
2.  $100 - 56 = 44$
3. Hasilnya adalah 5544

Perkalian ini juga bisa kita kembangkan untuk perkalian dua angka dengan 0,099; 990; 9900 dan seterusnya. Caranya sama seperti sebelumnya hanya ditambahkan langkah ke 4, yaitu: bagi atau kalikan hasilnya dengan 10 atau seratus tergantung dikalikan/ dibagi berapa.

Contoh:

$$47 \times 0,99 = ?$$

$$47 - 1 = 46$$

$$100 - 47 = 53$$

Hasilnya adalah 4653

Karena  $0,99 = 99 : 100$ , maka hasil  $47 \times 0,99 = 4653 : 100 = 46,53$ .

### 3. Perkalian aneh tapi nyata

#### a. Aneh tapi nyata I

Contoh:

$$2 \times 65 = 5 \times 26$$

$$26 \times 93 = 62 \times 39$$

#### b. Aneh tapi nyata II

Contoh:

$$33 \times 3367 = 111.111$$

$$66 \times 3367 = 222.222$$

$$99 \times 3367 = 333.333$$

$$132 \times 3367 = 444.444$$

$$165 \times 3367 = 555.555$$

$$198 \times 3367 = 666.666$$

$$231 \times 3367 = 777.777$$

$$264 \times 3367 = 888.888, \text{ seterusnya } \dots$$

# BAB 4

## MENGGUNAKAN FUNGSI LINEAR UNTUK MEMBUAT SANDI RAHASIA

**P**enyampaian informasi secara rahasia yang hanya dapat dibaca oleh pengirim dan yang dikirim diperlukan di saat-saat tertentu. Misalnya di kegiatan pramuka kita dilatih untuk menuliskan sandi rahasia untuk disampaikan kepada orang lain, di dunia intelegen penulisan dalam bentuk sandi rahasia sangat dibutuhkan agar musuh tidak dapat mengetahui informasi yang kita kirim walaupun dia membaca, dan masih banyak lagi masalah-masalah kehidupan yang harus dituliskan dalam bentuk rahasia sehingga kita tidak dapat membaca isinya tanpa mengetahui kuncinya.

Cabang ilmu yang berkaitan dengan penulisan sandi rahasia dalam matematika dikenal dengan sebutan kriptologi. Pada awalnya kriptologi berkembang di Amerika. Seorang ahli aljabar di Munhattan, Kansas A. Albert (1941) mengatakan bahwa

“kita akan melihat bahwa kriptologi adalah hal yang mungkin terbentuknya rumus matematika, karena tidaklah berlebihan jika anda menyebut kriptologi abstrak identik dengan matematika abstrak.”

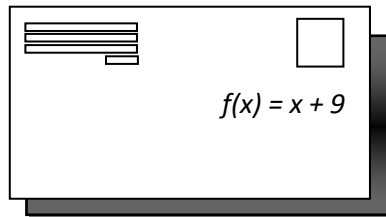
Setelah lebih dari setengah abad setelah Albert mengeluarkan pernyataannya dan selama itu telah terjadi perkembangan-perkembangan dramatik dalam kriptologi termasuk konsep kunci kriptografi, yang diciptakan oleh diffie dan hellman pada tahun 1976 yang berkaitan dengan perkembangan komputer. Dalam bidang komputer seringkali kita merahasiakan kata kunci, agar program kita tidak dapat dijalankan oleh orang lain. Dalam pembuatan program-program penting dalam komputer juga sering dilakukan penguncian dengan membuat password, agar tidak diterobos atau dirusak oleh orang lain. Kriptografi muncul spontan setelah cara penulisan ditemukan lalu diaplikasikan untuk berbagai keperluan diplomatik maupun komunikasi militer.

Betapa pentingnya penulisan sandi rahasia dalam kehidupan, maka dalam tulisan ini akan disajikan cara mengkonstruksi sandi rahasia menggunakan fungsi dan bilangan jam. Dalam hal ini fungsi satu puluh dan bilangan jam dua puluh enam. Dengan menggunakan kedua materi tersebut kami merancang penulisan sandi rahasia sederhana, dengan harapan dapat dijadikan wawasan penggunaan matematika dalam kehidupan sehari-hari.

Dengan sandi rahasia ini, pesan yang terkirimkan berupa huruf-huruf yang sudah termodifikasi oleh fungsi linear. Sehingga orang lain atau yang menerima tidak akan mengetahui isi pesan kalau tidak memahami fungsi linear atau invers (balikannya). Penulisan sandi rahasia juga bisa dimanfaatkan oleh guru dalam

membelajarkan siswa tentang materi fungsi linear dengan pendekatan permainan.

Kalau kita ingin mengirimkan pesan kepada teman, biasanya pesan dimasukkan dalam amplop. Diluar amplop bisa ditulisi dengan fungsi linear yang dijadikan passwordnya.



Pembuatan sandi rahasia sangat menarik untuk siswa yang sedang belajar fungsi linear. Siswa belajar fungsi sekaligus sambil bermain. Begitupula dengan permainan ini, siswa juga lebih mendalami konsep fungsi; termasuk prapeta, peta (nilai), fungsi, dan balikan fungsi.

#### **A. Korespondensi Satu-Satu Huruf Alphabet Dengan Bilangan Pada Jam Dua Puluh Enaman.**

Korespondensi satu-satu dari himpunan A ke himpunan B merupakan suatu relasi yang menghubungkan setiap anggota A ke tepat satu anggota B dan setiap anggota B dihubungkan tepat satu anggota A. Sehingga dalam korespondensi satu-satu terdapat timbal balik antara himpunan A dan himpunan B. Dalam penulisan sandi rahasia ini dilakukan dengan mengubah pesan dalam huruf alphabet ke bilangan-bilangan dalam bilangan jam

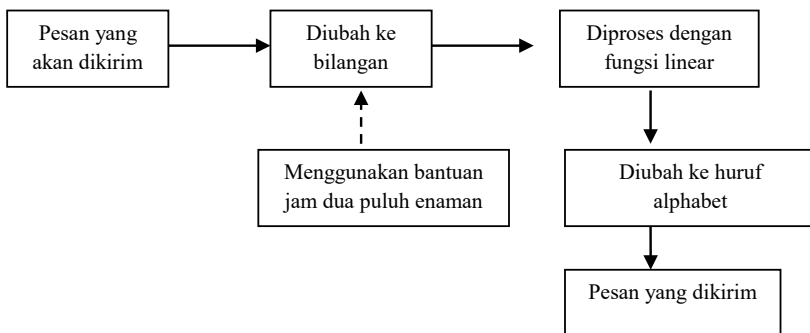
dua puluh enaman.<sup>8</sup> Adapun korespondensi satu-satu ditetapkan sebagai berikut.

A	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	L	m	N	o	p	q
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

r	s	t	u	v	w	x	y	z
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
17	18	19	20	21	22	23	24	25

### B. Membuat sandi rahasia

Pembuatan sandi rahasia dilakukan dengan alur seperti berikut.



### Contoh 1

Misalkan kita ingin mengirimkan pesan rahasia bahwa BAHAYA, maka kita dapat mengubah ke bilangan-bilangan dalam bilangan jam dua puluh enaman. Dari bilangan jam dua puluh

8 Subanji dkk, *Matematika Kreatif* (Malang:UM Press, 2009),27



enaman, diubah dengan fungsi yang ditetapkan sebagai kuncinya. Selanjutnya diubah menjadi huruf alphabet lagi. Sehingga yang terkirim adalah huruf-huruf yang telah diubah melalui dua tahap.

Pesan yang terkirim dapat dibaca oleh orang yang dituju dengan melalui dua tahap: pertama pesan dalam huruf alphabet diubah ke bilangan dalam bilangan jam dua puluh enam. Bilangan-bilangan hasil pengubahan merupakan peta dari fungsi yang ditetapkan, sehingga dikembalikan dengan mencari prapetanya. Dari bilangan prapeta yang diperoleh diubah lagi ke huruf alphabet, sehingga kembalilah ke pesan awal yang dikirimkan. Adapun langkah-langkah pengiriman pesan BAHAYA tersebut dapat dilakukan sebagai berikut.

Misalkan ditetapkan kata kunci  $f(x) = x + 9$ , maka kata BAHAYA dapat diubah ke bilangan-bilangan dalam bilangan jam dua puluh enam.

Dengan menggunakan korespondensi satu-satu antara huruf alphabet dan bilangan jam dua puluh enam, diperoleh

b	a	h	a	y	a
↕	↕	↕	↕	↕	↕
1	0	7	0	24	0

Dengan kata kunci yang ditetapkan, pesan menjadi:

$$f(x) = f(1) = 1 + 9 = 10 = K$$

$$f(x) = f(0) = 0 + 9 = 9 = J$$

$$f(x) = f(7) = 7 + 9 = 16 = Q$$

$$\begin{aligned}
 f(x) = f(0) &= 0 + 9 &= 9 &= J \\
 f(x) = f(24) &= 24 + 9 &= 33 - 26 = 7 &= H \\
 f(x) = f(0) &= 0 + 9 &= 9 &= J
 \end{aligned}$$

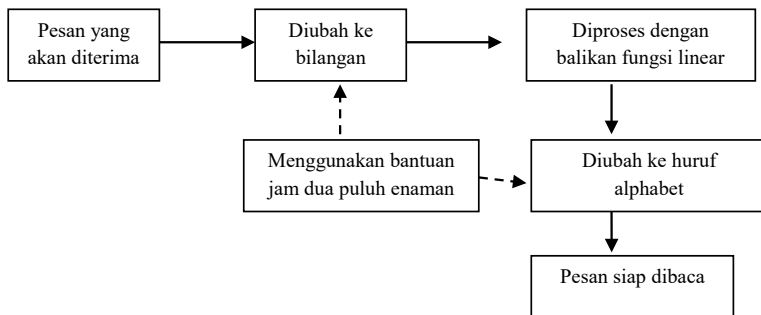
Dengan menggunakan korespondensi satu-satu antara huruf alphabet dan bilangan jam dua puluh enaman, diperoleh:

10	9	16	9	7	9
↕	↕	↕	↕	↕	↕
K	J	Q	J	H	J

Jadi, pesan yang terkirim adalah **KJQJHJ**

### C. Membaca Sandi Rahasia

Sandi rahasia yang terkirim, tentunya harus bisa dibaca oleh yang menerima. Adapun alur pembacaan sandi rahasia dapat dilakukan seperti berikut.



Setelah pengiriman sampai tujuan, maka dilakukan penterjemahan pesan ke kalimat sesungguhnya. Adapun proses pengembalian pesan yang diterima ke pesan sebelumnya adalah sebagai berikut.

1. Pesan yang diterima diubah menjadi bilangan dengan memanfaatkan korespondensi satu-satu antara huruf alphabet dan bilangan jam dua puluh enaman.
2. Bilangan-bilangan yang diperoleh diproses dengan balikan password (fungsi linear). Dalam proses ini, bilangan-bilangan yang ada sebagai peta fungsi linear, selanjutnya dicari prapetanya.
3. Bilangan-bilangan dari prapeta diubah menjadi huruf-huruf alphabet dengan menggunakan korespondensi satu-satu antara huruf alphabet dan bilangan jam dua puluh enaman.
4. Hasil pengubahan ini merupakan pesan sesungguhnya yang dikirim dan siap dibaca.

### Contoh 1

Pembacaan sandi **KJQJHJ** dengan password  $f(x) = x + 9$  dilakukan seperti berikut.

1. Dilakukan pengubahan pesan **KJQJHJ** ke bilangan-bilangan dalam jam dua puluh enaman dengan menggunakan korespondensi satu-satu.  
K berkorespondensi satu-satu dengan 10  
J berkorespondensi satu-satu dengan 9  
Q berkorespondensi satu-satu dengan 16  
J berkorespondensi satu-satu dengan 9

H berkorespondensi satu-satu dengan 7

J berkorespondensi satu-satu dengan 9

2. Bilangan yang sudah didapatkan dari korespondensi merupakan peta dari fungsi  $f(x) = x + 9$ . Selanjutnya dicari prapeta dengan balikan fungsi linear dalam bilangan jam dua puluh enam.

$$f(x) = x + 9$$

$$10 = x + 9 \longrightarrow x = 1$$

$$9 = x + 9 \longrightarrow x = 0$$

$$16 = x + 9 \longrightarrow x = 7$$

$$9 = x + 9 \longrightarrow x = 0$$

$$7 = x + 9 \longrightarrow x = -2 + 26 = 24$$

$$9 = x + 9 \quad x = 0$$

3. Dari bilangan-bilangan jam dua puluh enam dikembalikan lagi ke kalimat awal dengan menggunakan korespondensi satu-satu antara huruf alphabet dengan bilangan jam dua puluh enam.

1	0	7	0	24	0
↕	↕		↕		↕
B	A	H	A	Y	A

4. Jadi pesan yang terbaca adalah BAHAYA.

## Contoh 2

Misalkan kita ingin mengirim pesan CINTA, dengan passwordnya  $f(x) = x + 10$ , maka langkah-langkahnya (**Pengirim**) Menuliskan dalam kode rahasia sebagai berikut.

1. Mengubah kata CINTA ke bilangan-bilangan dengan menggunakan korespondensi dengan bilangan jam dua puluh enam. Dengan korespondensi diperoleh bilangan-bilangan dalam jam dua puluh enam seperti berikut;

C	I	N	T	A
↕	↕	↕	↕	↕
2	8	13	19	0

2. Memproses bilangan-bilangan dari hasil korespondensi dengan jam dua puluh enam menggunakan password fungsi linear yang ditetapkan.

$$f(x) = x + 10$$

$$f(2) = 2 + 10 = 12$$

$$f(x) = 8 + 10 = 18$$

$$f(x) = 13 + 10 = 23$$

$$f(x) = f(19) = 19 + 10 = 29 = 29 - 26 = 3$$

$$f(x) = f(0) = 0 + 10 = 10$$

3. Mengubah bilangan-bilangan yang diperoleh menggunakan korespondensi satu-satu dengan bilangan jam dua puluh enam.

12	18	23	3	10
↕	↕	↕	↕	↕
M	S	X	D	K

4. Pesan yang terkirim adalah MSXDK dengan password  $f(x) = x + 10$

Kemudian seorang penerima pesan, karena pesan yang diterima MSXDK, tidak bermakna maka perlu diubah menjadi pesan sesungguhnya yang bermakna. Adapun agar bisa membaca, maka perlu mengubahnya dengan langkah-langkah seperti berikut.

1. Mengubah kata MSXDK ke bilangan jam dua puluh enam dengan korespondensi satu-satu.

M	S	X	D	K
↕	↕	↕	↕	↕
12	18	23	3	10

2. Mencari prapeta dari bilangan-bilangan jam dua puluh enam menggunakan password  $f(x) = x + 10$ .

$$f(x) = x + 10$$

$$12 = x + 10 \longrightarrow x = 12 - 10 = 2$$

$$18 = x + 10 \longrightarrow x = 18 - 10 = 8$$

$$23 = x + 10 \longrightarrow x = 23 - 10 = 13$$

$$3 = x + 10 \longrightarrow x = 3 - 10 = -7 + 26 = 19$$

$$10 = x + 10 \longrightarrow x = 10 - 10 = 0$$

- Mengubah bilangan-bilangan prapeta menjadi huruf alphabet menggunakan korespondensi satu-satu dengan jam dua puluh enaman.

2	8	13	19	0
↕	↕	↕	↕	↕
C	I	N	T	A

- Pesan yang terbaca adalah CINTA.

### Contoh 3

Misalkan kita ingin mengirim pesan SMART dengan password  $f(x) = x + 3$ , maka langkah-langkahnya **Pengirim** menuliskan dalam kode rahasia sebagai berikut:

- Mengubah pesan menjadi bilangan jam dua puluh enaman. Dengan korespondensi satu-satu diperoleh bilangan-bilangan dalam jam dua puluh enaman.

S	M	A	R	T
↕	↕	↕	↕	↕
18	12	0	17	19

- Bilangan-bilangan yang diperoleh dari jam dua puluh enaman diubah dengan menggunakan password  $f(x) = x + 3$ .

$$f(x) = x + 3$$

$$f(x) = 18 + 3 = 21$$

$$f(x) = 12 + 3 = 15$$

$$f(x) = 0 + 3 = 3$$

$$f(x) = 17 + 3 = 20$$

$$f(x) = 19 + 3 = 22$$

3. Bilangan-bilangan yang sudah diproses menggunakan password  $f(x) = x + 3$  dikonversi ke huruf alphabet dengan menggunakan korespondensi satu-satu.

21	15	3	20	22
↕	↕	↕	↕	
V	P	D	U	W

4. Pesan yang terkirim adalah VPDUW.

Untuk bisa membaca pesan yang diterima, seorang penerima pesan perlu merubah menjadi pesan sesungguhnya dengan langkah-langkah seperti berikut.

1. Mengubah pesan yang diterima menjadi bilangan-bilangan jam dua puluh enaman dengan korespondensi satu-satu.

V	P	D	U	W
↕	↕	↕	↕	↕
21	15	3	20	22



- Menentukan prapeta dari bilangan-bilangan yang diperoleh dari jam dua puluh enam terhadap fungsi passwordnya.

$$f(x) = x + 3$$

$$f(x) = x + 3 \longrightarrow x = 21 - 3 = 18$$

$$f(x) = x + 3 \longrightarrow x = 15 - 3 = 12$$

$$f(x) = x + 3 \longrightarrow x = 3 - 3 = 0$$

$$f(x) = x + 3 \longrightarrow x = 20 - 3 = 17$$

$$f(x) = x + 3 \longrightarrow x = 22 - 3 = 19$$

- Mengubah bilangan-bilangan prapeta fungsi password menjadi huruf alphabet dengan menggunakan korespondensi satu-satu.

18	12	0	17	19
↑ ↓	↑ ↓	↑ ↓	↑ ↓	↑ ↓
S	M	A	R	T

- Pesan yang terbaca adalah SMART.<sup>9</sup>

#### Contoh 4

Misalkan kita ingin mengirim pesan PERCAYA dengan password  $f(x) = x + 9$ , maka langkah-langkahnya **PENGIRIM** menuliskan dalam kode rahasia dapat dilakukan sebagai berikut:

- Mengubah pesan menjadi bilangan jam dua puluh enam. Dengan korespondensi satu-satu diperoleh bilangan-bilangan dalam jam dua puluh enam.

---

<sup>9</sup> Ibid., 33

P	E	R	C	A	Y	A
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
15	4	17	2	0	24	0

2. Bilangan-bilangan yang diperoleh dari jam dua puluh enam an diubah dengan menggunakan password  $f(x) = x + 9$ .

$$f(x) = x + 9$$

$$f(15) = 15 + 9 = 24$$

$$f(4) = 4 + 9 = 13$$

$$f(17) = 17 + 9 = 26 \text{ (dalam bilangan jam dua puluh enam an = 0)}$$

$$f(2) = 2 + 9 = 11$$

$$f(0) = 0 + 9 = 9$$

$$f(24) = 24 + 9 = 33 \text{ (dalam bilangan jam dua puluh enam an = 7)}$$

$$f(0) = 0 + 9 = 9$$

3. Bilangan-bilangan yang sudah diproses menggunakan password  $f(x) = x + 9$  dikonversi ke huruf alphabet dengan menggunakan korespondensi satu-satu.

24	13	0	11	9	7	9
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
Y	N	A	L	J	H	J

4. Pesan yang terkirim adalah YNALJHJ

Untuk bisa membaca pesan yang diterima **Penerima** perlu melakukan proses pengubahan menjadi pesan sesungguhnya dengan langkah-langkah seperti berikut.

1. Mengubah pesan yang diterima menjadi bilangan-bilangan jam dua puluh enam dengan korespondensi satu-satu.

Y	N	A	L	J	H	J
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
24	13	0	11	9	7	9

2. Menentukan prapeta dari bilangan-bilangan yang diperoleh dari jam dua puluh enam terhadap fungsi passwordnya.

$$f(x) = x + 9$$

$$24 = x + 9 \longrightarrow x = 24 - 9 = 15$$

$$13 = x + 9 \longrightarrow x = 13 - 9 = 4$$

$$0 = x + 9 \longrightarrow x = 0 - 9 = 17 \text{ (jam dua puluh enam)}$$

$$11 = x + 9 \longrightarrow x = 11 - 9 = 2$$

$$9 = x + 9 \longrightarrow x = 9 - 9 = 0$$

$$7 = x + 9 \longrightarrow x = 7 - 9 = 24 \text{ (jam dua puluh enam)}$$

$$9 = x + 9 \longrightarrow x = 9 - 9 = 0$$

3. Mengubah bilangan-bilangan prapeta fungsi password menjadi huruf alphabet dengan menggunakan korespondensi satu-satu.

15	4	17	2	0	24	0
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
P	E	R	C	A	Y	A

4. Pesan yang terbaca adalah PERCAYA.

# BAB 5

## KEINDAHAN MATEMATIKA

**D**alam matematika terdapat banyak keunikan yang sangat luar biasa. Terutama dalam olah bilangan. Kita bisa bermain dengan berbagai macam bilangan dengan operasinya. Apabila kita bisa melihat berbagai keunikan, maka kita bisa menemukan “**Matematika itu Menghibur atau disebut dengan Matematika Rekreasi**”.

Pada bagian ini, dibahas berbagai keunikan sifat-sifat bilangan yang meliputi bilangan dalam persegi ajaib ( termasuk cara mengonstruksinya), Keunikan perkalian dengan bilangan 9, perkalian yang menghasilkan bilangan-bilangan dengan pola yang indah.

### A. Persegi Ajaib

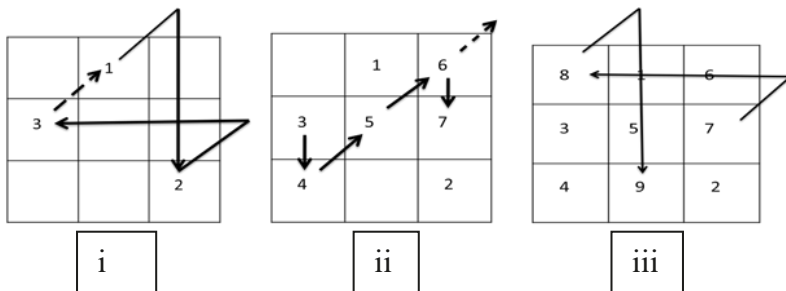
Persegi ajaib adalah bangun persegi yang terdiri atas persegi-persegi kecil yang masing-masing persegi tersebut diisi dngan bilangan- bilangan yang berbeda, sehingga jumlah bilangan-bilangan pada baris, kolom dan diagonalnya sama.

Persegi ajaib mulai dikenal sekitar tahun 1972 dan pernah menjadi materi pelajaran di sekolah. Dalam perkembangannya, sudah banyak ditemukan tentang keunikan- keunikan persegi ajaib. Akan tetapi, di kelas, jarang disampaikan keunikan-keunikan tersebut. Selanjutnya, bagaimana cara membentuk bilangan –bilangan persegi ajaib dan keunikan –keunikan apa yang ada dalam persegi ajaib. Di bagian ini akan dikaji PERSEGI AJAIB terutama berkaitan “ bagaimana mengkonstruksi persegi ajaib dan apa saja keunikannya.

**a. Mengkonstruksi Persegi Ajaib**

**1. Langkah – langkah Mengkonstruksi Persegi Ajaib 3 x 3**

Berikut ini merupakan sebuah metode yang dapat digunakan untuk mengkonstruksi persegi ajaib 3 x 3



• **Langkah 1**

Pertama – pertama tuliskan bilangan pertama, yaitu 1 , ditengah-tengah baris paling atas. Isikan bilangan-bilangan asli secara diagonal ke kanan atas.

- **Langkah 2**

Jika posisi berikutnya tidak ada persegi, masukkan bilangan pada petak –petak yang paling ujung atau berlawanan. Perhatikan bilangan 2 ( gambar i)

- **Langkah 3**

Isikan bilangan- bilangan selanjutnya secara diagonal ke kanan atas, jika posisi berikutnya tidak ada pada persegi, masukkan bilangan pada petak-petak yang paling ujung atau berlawanan. Perhatikan bilangan 3 (gambar i)

- **Langkah 4**

Teruskan bekerja secara diagonal ke kanan atas. Bila anda menemui posisi yang sudah terisi, masukkan bilangan ke petak terdekat di bawahnya. Perhatikan pada bilangan 4 ( gambar ii)

- **Langkah 5**

Isi persegi – persegi kecil secara diagonal ke kanan atas. Bila anda menemui posisi bilangan berda pada pojok persegi ajaib, masukkan bilangan ke petak terdekat di bawahnya. Perhatikan bilangan 7 (gambar ii)<sup>10</sup>

- **Langkah 6**

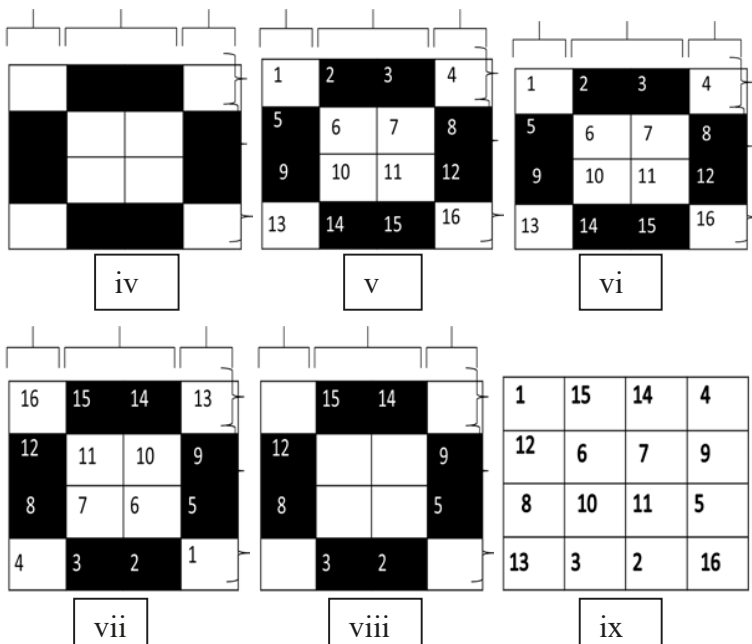
Teruskan prosesnya hingga persegi ajaib 3 x 3 terisi penuh. Persegi ajaib 3 x 3 mempunyai sembilan bilangan, karena 1 adalah bilangan pertama, maka 9 adalah bilangan terakhir (gambar iii)

---

10 Subanji dkk, *Matematika Kreatif* (Malang:UM Press, 2009),105

## 2. Langkah – langkah Mengkonstruksi Persegi Ajaib 4 x 4

Berikut ini merupakan sebuah metode yang dapat digunakan untuk mengkonstruksi persegi ajaib 4 x 4:



- **Langkah 1**

Bagilah setiap sisi pada persegi ajaib 4 x 4 menjadi tiga bagian, dan diperoleh gabungan persegi dengan ukuran 1 x 1, 2 x 2 dan 2 x 1 (gambar iv)

- **Langkah 2**

Isilah setiap kotak dengan bilangan asli berurutan dimulai dari persegi kiri atas ke kanan sampai persegi ajaib terisi penuh (gambar v)



- **Langkah 3**

Hapuslah bilangan – bilangan yang ada pada persegi dengan ukuran  $2 \times 1$  (gambar vi)

- **Langkah 4**

Buatlah persegi ajaib lagi dan isilah persegi ajaib tersebut dengan bilangan asli berurutan dimulai dari persegi kanan bawah ke kiri sampai persegi ajaib terisi penuh. (gambar vii)

- **Langkah 5**

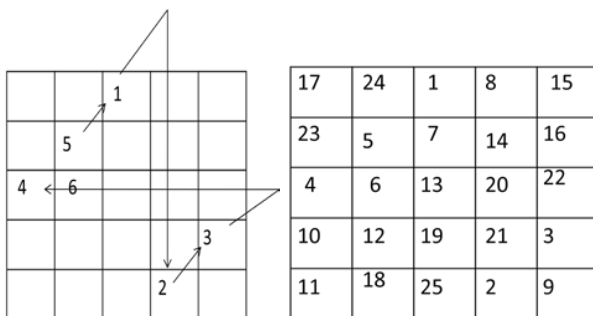
Hapuslah bilangan-bilangan yang ada pada persegi dengan ukuran  $1 \times 1$  dan  $2 \times 2$  (gambar viii)

- **Langkah 6**

Gabungkan persegi ajaib pada langkah 3 (gambar vi) fan langkah 5 (gambar viii), sehingga diperoleh persegi ajaib berukuran  $4 \times 4$  (gambar ix).

### 3. Langkah –langkah Mengkonstruksi Persegi Ajaib $5 \times 5$

Pada dasarnya, metode dalam mengkonstruksi persegi ajaib  $5 \times 5$  sama dengan persegi ajaib  $3 \times 3$ , berikut ini adalah metode mengkonstruksi persegi ajaib  $5 \times 5$  :



- **Langkah 1**

Tuliskan bilangan 1 ditengah atas. Isikan bilangan- bilangan secara berurutan ke diagonal ke kanan atas. Jika tidak berada pada persegi ajaib maka diletakkan pada petak paling ujung yang berlawanan.

- **Langkah 2**

Jika anda menemukan petak sudah terisi, maka diletakkan pada petak yang terdekat dibawahnya.

- **Langkah 3**

Teruskan hingga persegi ajaib terisi penuh

**b. Keunikan persegi Ajaib**

Selanjutnya akan dikaji Keunikan Persegi Ajaib. Keunikan persegi ajaib ini akan dibahas menjadi dua bagian yaitu keunikan umum dan keunikan khusus. Keunikan umum adalah keunikan persegi ajaib yang berlaku untuk persegi ajaib dengan ukuran 3 x 3, 4 x 4 dan 5 x 5

**1. Keunikan Umum**

Keunikan –keunikan yang dimiliki oleh persegi ajaib adalah

- 1) Jumlah setiap baris, kolom dan diagonalnya sama

8	1	6	→ 15
3	5	7	→ 15
4	9	2	→ 15
↓ 15	↓ 15	↓ 15	

The diagram shows a 3x3 grid with numbers 8, 1, 6 in the first row; 3, 5, 7 in the second row; and 4, 9, 2 in the third row. Arrows point from the right side of each row to the number 15. Arrows point from the bottom of each column to the number 15. An arrow points from the top-right corner (6) to the bottom-left corner (4) to the number 15.

2) Setiap bilangan pada persegi ajaib dikalikan dengan  $c$  dan ditambahkan dengan  $x$  akan menghasilkan persegi ajaib yang baru<sup>11</sup>

i) Pilih persegi ajaib dengan ukuran  $4 \times 4$ ,  $c = 4$  dan  $x = 2$

6	62	58	18	→ 114
50	26	30	38	→ 114
34	42	46	22	→ 114
54	14	10	66	→ 114
↓ 114	↓ 114	↓ 114	↓ 114	↘ 114

ii) Pilih persegi ajaib dengan ukuran  $4 \times 4$ ,  $c = \frac{1}{2}$  dan  $x = 0$

$\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$	7	2	→ 17
6	3	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	→ 17
4	5	$5\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	→ 17
$6\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	1	8	→ 17
↓ 17	↓ 17	↓ 17	↓ 17	↘ 17

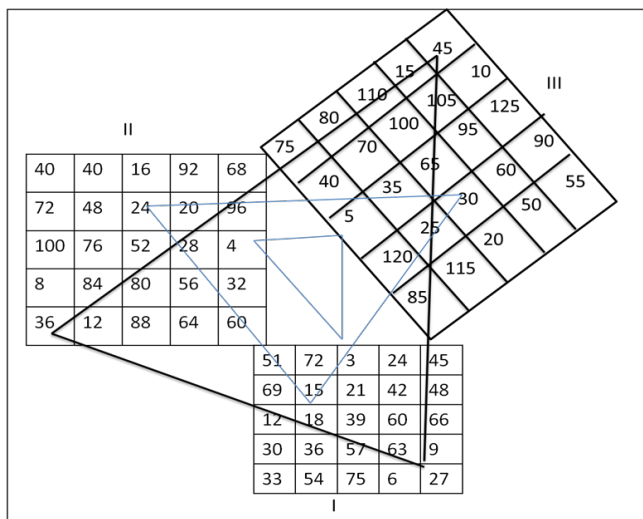
Dari contoh diatas,  $c$  dan  $x$  adalah anggota himpunan bilangan rasional.

3) Persegi ajaib bisa digunakan untuk mencari Tripel Pythagoras. Untuk mencari Tripel Pythagoras dengan

<sup>11</sup> Ibid.,108

memanfaatkan persegi ajaib, lakukan langkah –langkah sebagai berikut :

- i) Tentukan Tripel Pythagoras, misalnya 3, 4 dan 5
- ii) Tentukan ukuran persegi ajaib yang akan dimanfaatkan untuk mencari Tripel Pythagoras, misalnya persegi ajaib 5 x5
- iii) Buatlah segitiga siku-siku sengan sisi- sisinya adalah persegi ajaib (gambaranya x)
- iv) Isilah masing-masing persegi ajaib dengan bilangan persegi ajaib 5 x 5 dikalikan dengan dikalikan Tripel Pythagoras yang sudah ditentukan pada bilangan i).
  - Persegi ajaib I dikalikan dengan 3
  - Persegi ajaib II dikalikan dengan 4
  - Persegiajaib III dikalikan dengan 5



Untuk menentukan Tripel Pythagoras dapat dilakukan dengan memilih 1 persegi pada masing-masing persegi ajaib yang bersesuaian.

- Persegi dengan bilangan 3, 4, dan 5 ( perhatikan persegi yang dihubungkan dengan garis -----)
- Persegi dengan bilangan 27, 36, dan 45 (perhatikan persegi yang dihubungkan dengan garis .....
- Persegi dengan bilangan 18, 24, dan 30 (perhatikan persegi yang dihubungkan dengan garis -----)

## 2. Keunikan khusus

### i) Keunikan Persegi Ajaib 3 x 3

8	1	6	→ 15
3	5	7	→ 15
4	9	2	→ 15
↓ 15	↓ 15	↓ 15	↘ 15

1. Bilangan persegi ditengah adalah  $\frac{1}{3}$  dari jumlah bilangan setiap baris atau kolom.
2. Bilangan tengah merupakan  $\frac{1}{2}$  dari jumlah bilangan yang berseberangan.
3. Jumlah bilangan-bilangan pada setiap pojok persegi ajaib sama dengan jumlah bilangan-bilangan pada persegi ditengah pada masing-masing sisi persegi

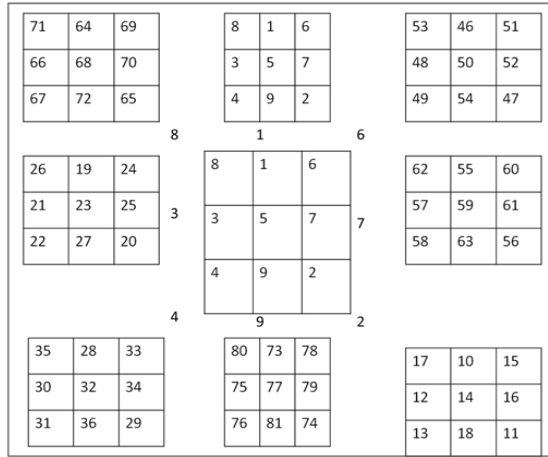
ajaib. Hal ini sama dengan jumlah setiap baris atau kolom ditambah dengan bilangan ditengah persegi ajaib  $8 + 6 + 2 + 4 = 1 + 7 + 9 + 3 = 15 + 5 = 20$

4. Dengan menggunakan persegi ajaib  $3 \times 3$  dapat membentuk persegi ajaib  $9 \times 9$ . Perhatikan persegi ajaib ajaib berikut :

1			2			3		
8	1	6	17	10	15	26	19	24
3	5	7	12	14	16	21	23	25
4	9	2	13	18	11	22	27	20
4			5			6		
35	28	33	44	37	42	53	46	51
30	32	34	39	41	43	48	50	52
31	36	29	40	45	38	49	54	47
7			8			9		
62	55	60	71	64	69	80	73	78
57	59	61	66	68	70	75	77	79
58	63	56	67	72	65	76	81	74

xi
----

Pada gambar xi, persegi ajaib 1 adalah persegi ajaib  $3 \times 3$ , persegi ajaib 2 adalah persegi ajaib 1 ditambah 9, persegi ajaib 3 adalah persegi ajaib 2 ditambah 9, persegi ajaib 4 adalah persegi ajaib 3 ditambah 9 dan diteruskan sampai didapat persegi ajaib 9. Selanjutnya persegi ajaib tersebut akan menempati persegi-persegi pada persegi ajaib  $3 \times 3$  sesuai dengan urutannya, perhatikan gambar xii berikut :



xii

Selanjutnya disusun persegi ajaib 9 x 9 yang jumlah bilangan setiap baris, kolom dan diagonalnya adalah 369, persegi yang menempati persegi dengan bilangan 5 bisa dilihat pada gambar xi. Persegi ajaib 9 x 9 adalah sebagai berikut :

71	64	69	8	1	6	53	46	51
66	68	70	3	5	7	48	50	52
67	72	65	4	9	2	49	54	47
26	19	24	44	37	42	62	55	60
21	23	25	39	41	43	57	59	61
22	27	20	40	45	38	58	63	56
35	28	33	80	73	78	17	10	15
30	32	34	75	77	79	12	14	16
31	36	29	76	81	74	13	18	11

ii) keunikan Persegi Ajaib 4 x 4

1	15	14	4	↗ 34
12	6	7	9	→ 34
8	10	11	5	→ 34
13	3	2	16	→ 34
↓ 34	↓ 34	↓ 34	↓ 34	↘ 34

Dibawah ini beberapa keunikan yang ditemukan dipersegi ajaib 4 x 4:

1. 4 bilangan dipojok apabila ditambahkan hasilnya 34.
2. 4 bilangan ditengah apabila ditambahkan hasilnya 34
3. Bilangan 15 dan 14 baris atas dan bilangan 3 dan 2 yang menghadap ke arahnya dibaris paling bawah apabila ditambahkan menjadi 34.
4. Bilangan 12 dan 8 dikolom pertama dan bilangan 9 dan 5 yang menghadap ke arah dikolomnya terakhir apabila ditambahkan hasilnya 34.
5. Jumlah 4 bilangan pada persegi yang berdekatan disetiap pojok persegi ajaib berjumlah 34
  - $1 + 15 + 12 + 6 = 34$
  - $8 + 10 + 13 + 3 = 34$
6. Apabila memutar persegi secara searah jarum jam dan memilih sebelah petak pertama dari setiap pojok (15, 9, 2, 8) apabila mereka ditambahkan hasilnya 34.



Hasilnya yang sama apabila melakukannya sebaliknya (berlawanan arah jarum jam).

7. Jika persegi ajaib  $4 \times 4$  diatas dipangkatkan dua keunukannya seperti, dibawah ini:

1	225	196	16
144	36	49	81
64	100	121	25
169	9	4	256

- Jika kolom yang pertama dan kolom yang keempat mempunyai hasil penjumlahan yang sama. Demikian juga seperti kolom yang kedua dan ketiga mempunyai hasil sama.
  - $1 + 144 + 64 + 169 = 16 + 81 + 25 + 256 = 378$
  - $225 + 36 + 100 + 9 = 196 + 49 + 121 + 4 = 370$
- Pada bilangan –bilangan baris pertama jumlahnya sama dengan jumlah bilangan-bilangan pada baris keempat, demikian juga pada bilangan-bilangan pada baris kedua jumlahnya sama dengan jumlah bilangan-bilangan pada baris ketiga.
  - $1 + 225 + 196 + 16 = 169 + 9 + 4 + 256 = 438$
  - $144 + 36 + 49 + 81 = 64 + 100 + 121 + 25 = 310$
- Jumlah 8 bilangan pada diagonal sama dengan jumlah 8 bilangan yang tidak pada diagonal

$$\begin{aligned} &\text{➤ } 1 + 36 + 121 + 256 + 16 + 49 + 100 + 169 = \\ &\quad 225 + 196 + 81 + 25 + 9 + 4 + 64 + 144 = 748 \end{aligned}$$

8. Jika perseginya dipangkatkan tiga, keunikannya, seperti dibawah ini

1	3375	2744	64
1728	216	343	729
512	1000	1331	125
2197	27	8	4096

- Jumlah 8 bilangan pada diagonal sama dengan jumlah 8 bilangan yang tidak pada diagonal.

$$\begin{aligned} &\text{➤ } 1 + 216 + 1331 + 4096 + 64 + 343 + 1000 + \\ &\quad 2197 = 3375 + 2744 + 729 + 125 + 8 + 27 + \\ &\quad 512 + 1728 = 9248 \end{aligned}$$

### iii) Keunikan Persegi Ajaib 5 x 5

17	24	1	8	15	→ 65
23	5	7	14	16	→ 65
4	6	13	20	22	→ 65
10	12	19	21	3	→ 65
11	18	25	2	9	→ 65

↗ 34

↓ 65   ↓ 65   ↓ 65   ↓ 65   ↓ 65

↘ 34

1. Bilangan pada persegi ditengah adalah  $\frac{1}{5}$  dari jumlah bilangan setiap baris atau kolom
2. Bilangan tengah merupakan  $\frac{1}{4}$  dari jumlah bilangan yang berseberangan

• contoh :

$$\triangleright \frac{1+7+19+25}{4} = 13$$

$$\triangleright \frac{15+14+12+11}{4} = 13$$

3. Perhatikan persegi -persegi berikut :

17				5
		13		
11				9

		1		
4		13		2
		25		

			8	
23				
		13		
				3
	18			

	24			
				16
		13		
10				
			2	

	5		14	
		13		
	12		21	

		7		
	6	13	20	
		19		

Jumlah bilangan-bilangan pada masing-masing persegi tersebut adalah 65

### Latihan 1

1. Lengkapi persegi ajaib 5 x5 berikut ini

		1		
13				
				9
			5	

2. Bisakah kamu menemukan rumus jumlah bilangan- bilangan pada masing-masing baris, kolom dan diagonal pada persegi ajaib 3 x 3 ? jelaskan !
3. Berapakan jumlah bilangan- bilangan pada masing-masing baris, kolom dan diagonal soal nomor 1 ?
4. Temukanlah rumus untuk menentukan jumlah bilangan-bilangan pada masing-masing baris, kolom dan diagonal soal nomor 1

### B. Beberapa Keunikan Bilangan 9

Tahukah anda, bahwa terdapat banyak keunikan dari bilangan

9. Beberapa contohnya disajikan seperti berikut.

**Keunikan 1 :**bilangan 9 bisa dibentuk dari penjumlahan dua bilangan dari 0 sampai 9 .

$$9 = 0 + 9 = 9 + 0$$

$$9 = 1 + 8 = 8 + 1$$

$$9 = 2 + 7 = 7 + 2$$

$$9 = 3 + 6 = 3 + 6$$

$$9 = 4 + 5 = 4 + 5$$

**Keunikan 2 :** apabila angka-angka hasil perkalian suatu bilangan dengan 9 dianggap sebagai bilangan, maka hasil penjumlahannya adalah bilangan kelipatan 9

$$7 \times 9 = 63 \rightarrow 6 + 3 = 9$$

$$123 \times 9 = 1107 \rightarrow 1 + 1 + 0 + 7 = 9$$

$$5347 \times 9 = 48123 \rightarrow 4 + 8 + 1 + 2 + 3 = 18$$

$$7832145 \times 9 = 70489305 \rightarrow 7 + 0 + 4 + 8 + 9 + 3 + 0 + 5 = 36$$

Dari contoh diatas 9, 9, 18, 36, merupakan bilangan kelipatan sembilan

**Keunikan 3 :** tahukah anda, bahwa perkalian 9 dengan bilangan asli sembarang akan selalu menghasilkan suatu bilangan yang apabila angka-angkanya dianggap sebagai bilangan dan dijumlahkan, maka hasil penjumlahannya selalu bilangan sembilan.

$$1 \times 9 = 9$$

$$2 \times 9 = 18 \rightarrow 1 + 8 = 9$$

$$3 \times 9 = 27 \rightarrow 2 + 7 = 9$$

$$4 \times 9 = 36 \rightarrow 3 + 6 = 9$$

$$5 \times 9 = 45 \rightarrow 4 + 5 = 9$$

$$6 \times 9 = 54 \rightarrow 5 + 4 = 9$$

$$7 \times 9 = 63 \rightarrow 6 + 3 = 9$$

$$8 \times 9 = 72 \rightarrow 7 + 2 = 9$$

$$9 \times 9 = 81 \rightarrow 8 + 1 = 9$$

$$10 \times 9 = 90 \rightarrow 9 + 0 = 9$$

$$11 \times 9 = 99 \rightarrow 9 + 9 = 9$$

$$12 \times 9 = 108 \rightarrow 1 + 0 + 8 = 9$$

$$13 \times 9 = 117 \rightarrow 1 + 1 + 7 = 9$$

$$14 \times 9 = 126 \rightarrow 1 + 2 + 6 = 9$$

$$586 \times 9 = 5274 \rightarrow 5 + 2 + 7 + 4 = 9$$

$$746 \times 9 = 6714 \rightarrow 6 + 7 + 1 + 4 = 9$$

$$3256 \times 9 = 29304 \rightarrow 2 + 9 + 3 + 0 + 4 = 9$$

$$6845 \times 9 = 61605 \rightarrow 6 + 1 + 6 + 0 + 5 = 9$$

$$9999 \times 9 = 89991 \rightarrow 8 + 9 + 9 + 9 + 1 = 9$$

**Keunikan 4:** hasil perkalian suatu bilangan ( yang angka-angkanya terdiri dari 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2) dengan 9 dan dijumlahkan dengan bilangan tertentu menghasilkan bilangan yang terdiri dari angka 8

$$\begin{aligned}
9 \times 9 + 7 &= 88 \\
98 \times 9 + 6 &= 888 \\
987 \times 9 + 5 &= 8888 \\
9876 \times 9 + 4 &= 88888 \\
98765 \times 9 + 3 &= 888888 \\
987654 \times 9 + 2 &= 8888888 \\
9876543 \times 9 + 1 &= 88888888 \\
98765432 \times 9 + 0 &= 888888888
\end{aligned}$$

**Keunikan 5 :** misalkan angka-angka bilangan yang dikurangi 9 dan hasil pengurangan suatu bilangan dengan 9 dianggap sebagai bilangan, maka penjumlahannya akan selalu sama.

- $13 - 9 = 4$   
 Bilangan yang dikurangi adalah 13. Hasil penjumlahan  $1 + 3 = 4$  hasil pengurangan adalah 4.
- $2678 - 9 = 2669$   
 Bilangan yang dikurangi adalah 2678. Hasil penjumlahan (angka- angka yang dianggap bilangan) :  $2 + 6 + 7 + 8 = 23$   
 Hasil pengurangan adalah 2669. Hasil penjumlahan (angka - angka yang dianggap bilangan) :  $2 + 6 + 6 + 9 = 23$   
 Jadi  $23 = 23$
- $1324006778 - 9 = 1324006769$   
 Bilangan yang dikurangi adalah 1324006778, hasil penjumlahan  $1 + 3 + 2 + 4 + 0 + 0 + 6 + 7 + 7 + 8 = 38$   
 Hasil pengurangan adalah 2669, hasil penjumlahan  $1 + 3 + 2 + 4 + 0 + 0 + 6 + 7 + 6 + 9 = 38$   
 Jadi  $38 = 38$

**Keunikan 6:** hasil perkalian suatu bilangan ( yang angka-angkanya terdiri dari 1 – 9) dengan 9 dijumlahkan dengan bilangan tertentu menghasilkan bilangan yang terdiri dari angka 1

1	x	9	+	2	=	11
12	x	9	+	3	=	111
123	x	9	+	4	=	1111
1234	x	9	+	5	=	11111
12345	x	9	+	6	=	111111
123456	x	9	+	7	=	1111111
1234567	x	9	+	8	=	11111111
12345678	x	9	+	9	=	111111111
123456789	x	9	+	10	=	1111111111

**Keunikan 7:** hasil perkalian suatu bilangan ( yang angka-angkanya terdiri dari 1 – 9) dengan 9 kemudian dikurangi 1 menghasilkan pola bilangan yang cantik

Contoh:

$$9 \times 1 - 1 = 8$$

$$9 \times 21 - 1 = 188$$

$$9 \times 321 - 1 = 2888$$

$$9 \times 4321 - 1 = 38888$$

$$9 \times 54321 - 1 = 488888$$

$$9 \times 654321 - 1 = 5888888$$

$$9 \times 7654321 - 1 = 68888888$$

$$9 \times 87654321 - 1 = 788888888, \text{ seterusnya...!}^{12}$$

---

12 Maswar, *Mathemagic Dan Hitung Cepat dengan Metode singkat*, (Yogyakarta: Absolute Media, 2010), 109



### C. Kunikan bilangan lain

Perkalian bilangan ( yang terdiri dari angka-angka 1 – 9 secara terurut) dengan bilangan 8 dan dijumlahkan dengan bilangan 1 – 9 menghasilkan bilangan ( yang angka-angkanya terurut dari 9 sampai 1)

1	x	8	+	1	=	9
12	x	8	+	2	=	98
123	x	8	+	3	=	987
1234	x	8	+	4	=	9876
12345	x	8	+	5	=	98765
123456	x	8	+	6	=	987654
1234567	x	8	+	7	=	9876543
12345678	x	8	+	8	=	98765432
123456789	x	8	+	9	=	987654321

Kuadrat suatu bilangan yang disusun dari angka 1 akan menghasilkan bilangan yang simetris. Bilangan simetris adalah bilangan yang angka –angkanya dapat dipisahkan menjadi dua ruas dan kedua ruas tersebut memuat angka yang sama (simetris).

1	x	1	=	1
11	x	11	=	121
111	x	111	=	12321
1111	x	1111	=	1234321
11111	x	11111	=	123454321
111111	x	111111	=	12345654321
1111111	x	1111111	=	1234567654321
11111111	x	11111111	=	123456787654321
111111111	x	111111111	=	12345678987654321

# DAFTAR PUSTAKA

- Aristiani, N. 2013. *Penggunaan Media Batang Napier Dalam Meningkatkan Kemampuan Operasi Perkalian Bagi Anak Kesulitan Belajar Kelas 3 SD 11 Belakang Tangsi Padang*. Jurnal Ilmiah Pendidikan Khusus , Volume 1 Nomor 1
- Jafar, Muhammad. 2009. *Metode Arithmetic Jarimatika*. Yogyakarta: Wiyata Karya Pustaka.
- Maswar. 2010. *Mathemagic dan hitung cepat dengan metode singkat*. Yogyakarta: Absolute Media
- Max. A. Sobel. 2009. *Mengajar Matematika*. Jakarta: Erlangga
- Rusefendi, E.T., 1994. *Materi Pokok Pendidikan Matematika*, Jakarta: Depdikbud.
- Subanji, dkk. 2009. *Matematika Kreatif*. Malang: UM PRESS
- Widodo, Triyoga Budi. 2012. *Jarimatika dan Trik Berhitung Cepat*. Surabaya: Mahirsindo Utama

# TENTANG PENULIS



**INDAH WAHYUNI, M.Pd** dilahirkan di Jember, 06 Maret 1980. Menyelesaikan S-1 bidang Pendidikan Matematika di IKIP PGRI Jember (2002), S-2 bidang Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Malang (2008) dan saat ini menempuh Pendidikan Doktor Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Malang. Penulis sebagai dosen tetap PNS di Institut Agama Islam Negeri Jember sejak tahun 2011. Sebagai ketua program studi tadaris matematika periode 2015-2019.

